

## 米国算数教科書紹介 (VI)

### Investigation of an American Arithmetic Text Book (VI)

植村 憲治

UEMURA Kenji

Following the previous papers which treated text books and teacher's books for Kindergarten, and Grade 1-4, we introduce and investigate an American arithmetic text book and the teacher's book for Grade 5, named "Mathematics" published by McGraw-Hill Company. And we point out that in this text book, some algebraic concepts which are, in Japan, introduced in Junior High School are taught, such as minor numbers, coordinate graph, quadrants, and linear functions. Explanations of geometric properties, such as the formula for the area of a circle are not sufficient, and the systematic teaching of probability shown in this text book does not exist in Japan.

前稿までで、McGraw-Hill社のMathematicsの幼稚園年長組と1～4年生の教科書及びその指導書について報告した。本稿では小学校5年生用の教科書と指導書を検証した結果を報告する。

Mathematicsは幼稚園年長組から6年生までの7学年を取り扱っている。米国公立学校で広く用いられているもので、すべての巻の教師用指導書には冒頭に、National Council of Teachers of Mathematics (NCTM:全米数学教師協議会)が2000年に発行した“数学教師のための原理と基準”において採択された10の基準が提示されている。この基準は以下のものである。

1. Numbers and Operations (数と演算)
2. Patterns, Functions, and Algebra (パターン、関数、代数)
3. Geometry and Spatial Sense (幾何と空間感覚)
4. Measurement (測定)
5. Data Analysis, Statistics, and Probability (データ分析、統計、確率)
6. Problem Solving (問題解決)
7. Reasoning and Proof (理由付けと証明)
8. Communication (コミュニケーション)
9. Connections (関連)
10. Representation (表現)

これらの基準と各単元との関連及び授業時間数は、最終ページに表にしてまとめた。

4年生教科書と同様であるが、我が国より多くの概念を教えている。べき乗、負数の導入とそれらを用いた足し算・引き算、1次方程式、第4象限までの平面座標と直線、確率などが我が国の小学校では学習しない内容である。授業時間数は172~200回分となっている。我が国であれば他教科や総合的学習で取り扱う学習も相当あるので、単純には比較できない。前述の我が国と異なる内容以外はこれまで学習した事柄の繰り返しに近いものが多く、全体としては易しいことを丁寧に教えている。また、数学的、理論的説明は少ない。文章は、ほとんどが日常生活から採ったものになっている。

これまでと同様に、全ての章の最終課は問題解決の応用で、意志決定のAと科学への応用のBに細分される。問題解決法においては、3,4年次と同様に既習の10手法を傍らに提示しながら解く。命名した手法を用いて問題解決に望むのは、手法の概念をより具体的にイメージするものであり、我が国でも取り入れるべきである。

各章は、前半と後半に分かれ、それぞれの最後に、ドリルが用意されている。また章末には、復習、用語の確認問題、発展問題などから構成される練習問題が11頁掲載されている。

第1章は、世界記録をテーマとして、整数と小数における位の数、足し算、引き算を学習する。小数点以下2桁の4数の足し算、小数の掛け算の前段階、結合法則と交換法則などが我が国にはない学習である。

10課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「小数の概念理解を構築する。小数の足し算と引き算に習熟する。概算と問題解決手法を発展させる。足し算と引き算を日常生活で応用する」である。1~5課では、自然数と小数について、それらの大小関係と順序を学び、6~10課では、それらの足し算と引き算、および概算を学習する。Math Wordsは、和に関する結合法則と交換法則、小数、大きさの等しい小数、位の数、位の数の値、自然数である。導入として、世界上位5国の年間映画作成数が記され、インド(851本)はアメリカ(569本)より何本多いかを表から求めさせる。

1課は、10億を超える数の学習で、香港の上海銀行ビルディングの建築費用が、1,032,398,705ドルであることを用いて学習する。4年1章2課の、1,000,000を超える数の学習の延長である。

2課は小数の位の値を調べる。4年13章からの発展である。10×10の方眼の一マスを0.01とみなして、0.58と $\frac{58}{100}$ がどれだけの量になるかななどを調べさせる。我が国では小数は、数直線で表すのが普通であり、このような正方形の部分で表すのは行われぬ。この手法が特に優れているとも思えない。

3課は小数の位の値を学習する。ジョイナーの女子100m走世界記録10.49秒を前課の方眼を用いる方法と数直線の2通りで学習する。0.2と0.20が同じ大きさの小数であることを理解する。

4課は自然数や小数の比較・順序づけの学習である。これまでも米国教科書における問題提示手法については、

Objective: Review comparing and ordering whole numbers and decimals.

## 1-4 Compare and Order Whole Numbers and Decimals

**Learn**

Gary Anderson, Nick Lowery, and Jan Stenerud are listed in the top ten highest-scoring football players ever. Who has more career points, Gary Anderson or Jan Stenerud?

Three of the Top 10 Football Players with the Most Career Points

Gary Anderson

Nick Lowery

Jan Stenerud

Source: Top 10 of Everything

図1 資料からの読み取り

報告してきたが、改めて説明したい。1,681と1,699ではどちらが大きいかという問であるが、それらの数値を資料から読み取るようになっている。問の文章は、フットボール選手のGary AndersonとJan Stenerudでは、どちらの方が、高得点であるかというもので、最高得点者である三人目の選手Nick Loweryはデータは示されているが比較対象ではない。

5課は2つの文章を読んで問題を解く。3つのビルディングを高い順に並べる問を4段階手法で解く。

6課は自然数や小数の足し算と引き算を学習する。整数2位小数2位の数4つの和や、整数3位小数2位の数の足し算や引き算、小数4位の数同士の引き算も解いており、我が国の教育より深く教える部分もある。

7課は和と差の概算を学ぶ。小数2位の四捨五入や整数に四捨五入しての概算などを学習する。

8課は問題解決手法の学習で、パターンを用いた解決手法である。3,4年次と同様に既習の10手法が提示されている。棒高跳びの競技で、1回目に5フィート6インチを跳び、0.5インチずつ上げていけば、5回目の競技の高さはどれだけか、という問で、小数の掛け算の導入にもなっている。ここでは、パターンを用いて4段階手法で解く。

9課は、鼻から尻までの長さ1.4インチと、しっぽの長さ2.8インチが記された、最小の齧歯類であるピグミーマウスの挿絵を見ながら、全長を求める。結合法則、交換法則を用いて計算を説明する。すなわち、

$$\begin{aligned} 1.4+2.8 &= (1+0.4)+(2+0.8) \\ &= 1+(0.4+2)+0.8 \text{ (結合法則)} \\ &= 1+(2+0.4)+0.8 \text{ (交換法則)} \\ &= (1+2)+(0.4+0.8) \text{ (結合法則)} \\ &= 3+1.2=4.2 \end{aligned}$$

というように、一つずつの変形を用いた法則とともに説明する。一つずつの式変形をこのように確認するのは重要であり、どこかで一度は学習すべきである。簡易化される計算として、 $298+515=300+513$ ,  $362-297=365-300$ などを示す。4年2章の復習でもある。

10課Aは、兄弟が保護者と一緒に競技会に出場するのに、出費を予算内に押さえるには、宿泊するホテルをどこにするか選択する問題である。Bは二人一組で、反射能力を測る実験である。1m物差しの真ん中が親指と人差し指の間になるように相手が上端部を持って、物差しを離れたとき、どの位置を掴んだかで、機敏性を計る。

第2章は、“遠いところ”というテーマで、自然数と小数の掛け算を学習する。また、べき乗の概念を導入する。

12課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「べき乗と小数の掛け算を導入する。自然数と小数の掛け算に習熟する。概算と問題解決手法を発展させる。代数的思考を発展させる」である。1~6課で自然数の掛け算を学習し、7~12課で小数の掛け算を学習する。用語として、べき乗の基(例： $3^8$ における3)、クラスタリング(四捨五入

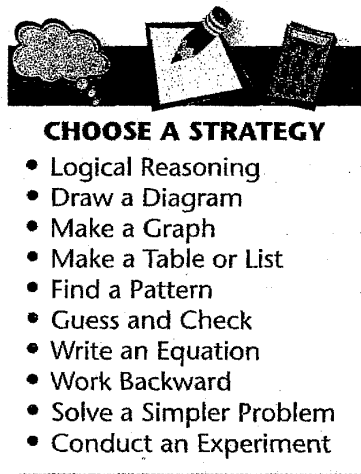


図2 問題解決のための10手法

して同じ概算に直すこと)、べき乗の指数、べき乗、積などを学ぶ。導入として、面積が小さい5カ国の国名と面積(平方キロメートル)が記された表から、モナコ(1.81 km<sup>2</sup>)のおよそ8倍の面積を持つ国としてマカオ(16.06 km<sup>2</sup>)を選ばせる。

1課は、3年9章、4年5,6章に続くパターンを用いた掛け算の学習で、 $3 \times 8$ ,  $3 \times 80$ ,  $3 \times 800$ ,  $30 \times 800$ ,  $300 \times 800$ の掛け算を学ぶ。4年では、2位数 $\times$ 4位数を学習したが、5年では、3位数 $\times$ 3位数である。数の区切りが3桁であるので、3位数 $\times$ 3位数のほうが、2位数 $\times$ 4位数より難しいのかも知れない。

2課は分配法則を調べる。 $6 \times 14 = 6 \times 10 + 6 \times 4$ を示すのに、カウンターを縦6横14に並べ、それを横10で区切って少しずつらして、 $6 \times 10$ と $6 \times 4$ に分けられることを確認する。5年生であるから長方形の面積で説明する我が国の方法でよいと思う。

3課は自然数同士の掛け算で、5位数 $\times$ 2位数、4位数 $\times$ 4位数までを学ぶ。 $4 \times 465$ を縦計算では、465を上、4を下に置いて計算する方法を復習する。それが、 $237 \times 95 \times 13$ の求め方になると、最初237を上、95を下に置いて計算し、次にその結果を上、13を下に置く我が国と同じ方式で説明している。すなわち、 $237 \times 95$ であれば、237を下、95を上を書いて計算するが、 $237 \times 95 \times 13$ を計算するときは、237を上、95を下に書いて計算する。児童たちは混乱しないか心配である。

4課は掛け算の性質を調べる。0法則(0を掛けると0になる性質)、恒等性質(1を掛けても変わらない性質)、交換法則、結合法則、分配法則を説明する。これらは4年6章の復習である。例として、 $(2 \times 16) \times 5 = (16 \times 2) \times 5 = 16 \times (2 \times 5) = 16 \times 10 = 160$ を説明する。復習の意味であろうが、 $5 \times 95 = 5 \times (90 + 5) = (5 \times 90) + (5 \times 5) = 450 + 25$ を説明している。 $(5 \times 72) = (5 \times n) + (5 \times 2)$ のnに入る数を求める問が出されている。このような問は、漠然と覚えた分配法則をはっきり理解させるために必要と考える。

5課は自然数と小数の積の概算である。 $13 \times 192$ を $10 \times 200$ で概算する方法や、 $539 + 487 + 511$ を $3 \times 500$ と概算する方法などを説明する。概算値が、実際の値と大分外れているものもある。掛け算を有効数字1桁で近似すると相当大きな誤差が生じる場合があり、その手法を教えることに意義があるのか疑問である。

6課は文章を読んだ問題解決である。パラグアイの小学校へ送る本が4箱集まった。1箱には32冊入っている。すべての本にカバーをつけるとしたらカバーはいくつ作ればよいか、という問の文章が与えられる。正確な計算が必要か、概算でよいかを確認して正確な計算を行う。最後に概算値が正確な値に近いことを確認する。これを4段階手法で求める。

7課は小数の自然数倍を復習する。次に $12.5 \times 1,000$ (自然数の小数倍)を求めるのに、小数の整数倍である $1 \times 12.5 = 12.5$ 、 $10 \times 12.5 = 125$ 、 $100 \times 12.5 = 1250$ 、 $1,000 \times 12.5 = 12,500$ を提示して $12.5 \times 1,000 = 12,500$ を説明している。暗示的に積の交換法則を用いて示しており、実生活での小数倍

You can use patterns to multiply decimals by multiples of 10.

**Example 1**  
Find:  $12.5 \times 1,000$

$1 \times 12.5 = 12.5$
$10 \times 12.5 = 125$
$100 \times 12.5 = 1,250$
$1,000 \times 12.5 = 12,500$

So  $12.5 \times 1,000$  equals 12,500.

Think: the number of zeros in the multiple of 10 tells you how many places to move the decimal point to the right.

図3  $12.5 \times 1,000$ と $1,000 \times 12.5$

の概念には触れていない。これでは小数倍の概念を正しく理解出来ない。

8課は小数×小数を調べる。10×10の方眼紙を用いて、 $0.4 \times 0.3$ を考え、小数点の位置を如何に決めるかを学習する。小数を掛ける意味は考えておらず、余り参考にならない。

9課は小数×小数を学ぶ。これも、小数を掛ける意味を考えずに指導している。小数点の位置を形式的に移動して教える。「 $4.3 \times 2.5$ の小数点を求めるのに、 $4 \times 3$ が12であることを用いて、 $43 \times 25 = 1075$ の計算から10.75を答えとする」という概算を用いて小数点の位置を決める手法も説明するが、これは我が国では検算として教えるのがよいだろう。

10課はゲス・アンド・チェック手法を用いて解く問題解決手法の学習である。「ヒトコブラクダとフタコブラクダが全部で19頭いて、こぶの数がぜんぶで27あるとき、ラクダはそれぞれ何頭かという問を解く。フタコブラクダが10頭、ヒトコブラクダが9頭であれば29になって多すぎる。7頭と12頭ならば、こぶは26で少ない。8頭と11頭にするこぶの数はちょうど27になって正解である」という解き方である。とにかくやってみようという手法であるが、実生活で良く用いる解いているうちに法則が判ることもある重要な手法である。我が国でももっと取り入れて良い。

11課は、べき乗の導入である。各自が2人に電話する連絡網では、5番目の人たち全員が連絡するのは全部で何人かを問い、 $2^5$ を導入する。説明は形式的で、知識を与えるだけに終わる可能性がある。児童がどこまで理解するか疑問である。1乗と0乗も、導入する。べき乗は5章の素因数分解で用いる。

12課Aは交換学生をドイツに送るための資金の一部を獲得するためにベーキングケーキを作って販売するのと、洗車サービスで稼ぐのとどちらがよいかという問題である。掛け算が必要であるが、材料費、必要な日数、費用いずれを考慮しても洗車の用が有利であるのがこれまでのこの種の問と異なる。Bは太陽系の大きさを知るために、太陽からの距離のモデルを作成する。太陽と地球の距離を1としたときの太陽から各惑星までの距離を表した表から、太陽・地球間を2cmとしたときの距離を計算させ、モデルを作成する。ちなみに水星までが8mm、冥王星までが79cmである。

第3章は、“素晴らしい野生生物”というテーマで、自然数と小数の割り算を学習する。

11課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「3位数による割り算と小数の割り算を導入する。自然数や小数の割り算を習得する。概算と問題解決手法を発展させる。代数的思考を発展させる」である。1～6課で自然数の割り算を学び、7～11課で、小数の割り算を学ぶ。導入として、世界の4種のカブトムシの大きさが書かれた表を提示して、そのうちの二つについて大きい種は小さい種の何匹分の大きさを問うている。

1課は掛け算と割り算の関係を学習する。3年次に導入した値の族 ( $a \times b = c$  を満たす値  $a, b, c$ ) を用いて割り算と掛け算の関係を知る。

2課は1位数による割り算の復習で、 $142 \div 4$ を説明する。4年7章2課の $125 \div 4$ の学習と内容に違いが見られない。10×10の方眼紙と計算棒を用いた説明を行う。5年生の段階で、ここまで基本に戻る必要は感じないが、一部の児童には必要かも知れない。

3課は、 $4,250 \div 6$ を筆算で解く。708あまり2の答えから $708 \times 6 + 2 = 4,250$ を確認させる。

4課は2位数、及び3位数による割り算の学習である。「2,620フィートの深海でも住め

ます」という説明が付いたチョウチンアンコウの写真を参照させながら、「14フィートの深さのプールの何倍深いところに住んでいますか」、と問うている。解の“187あまり2”のあまりを、どう捉えるかも課題である。「187倍以上深い」が答えになっている。

5課は2位数÷1位数を基に、被除数が10、100、1,000、10,000倍になっている割り算と、除数、被除数ともにこのような倍数になっている割り算を学ぶ。さらに、 $23,501 \div 5$ や、 $15,678 \div 195$ などの概算を計算する。

6課は、問題を読んで解く。190人の児童が、定員60名のバスを利用して世界蝶展覧会に出かける。バスは何台必要か、という問いが与えられ、4段階手法で答えを出す。余りのある割り算の場合、余りの処理は、①無視して、商を答えとする、②余りも答えに含まれる、③商に1を加えた値が答えになる、の3つの場合があることを確認した後、答えを求める。

7課は、問題解決手法で、逆にたどって解を求める手法を学ぶ。「自然クラブが、野生生物施設に、鳥の巣箱作成のために125ドルを寄付した。巣箱作成は、1箱5ドルかかり、施設へのバス代は75ドルかかる。クラブでは何個の巣箱を買うことが出来るか」という問いを考える。総額から経費を引いて使える金額を求めるところが、逆にたどる手法ということになる。

8課は小数÷自然数を学習する。 $26.4 \div 4$ 、 $130 \div 20$ を計算し、 $139 \div 26$ を小数1位まで近似する。 $29.7 \div 1,000$ を求めるのに、 $29.7 \div 1$ 、 $29.7 \div 10$ 、 $29.7 \div 100$ 、 $29.7 \div 1000$ を計算しながら説明する。我が国の教科書の方が詳しく説明している。

9課は小数÷小数を調べる。 $7.5 \div 1.5$ を求めるのに、 $10 \times 10$ の方眼紙の最小正方形を0.01と考えると、7枚と5列（半枚）を1.5ずつ分けて答えが5であることを確認する。5年生であれば、数直線で教える方が分かり易いと思うが、一部の児童には、このような方法がよいのかも知れない。同様にして、 $1.2 \div 0.6$ を求め、除数、被除数ともに10倍した $12 \div 6$ と同じ答えになることを確認する。

10課は筆算で小数÷小数を計算する。小数点をずらすということを、除数、被除数を10倍、100倍することと、確認しながら計算させる。このような説明は我が国でも試みてよいと思う。

11課AはCD-ROMのセットを購入するのに、通信販売、商店、ライセンス契約のどれが得かを調べる。小数の掛け算を含んでいる。Bは環境問題を取り上げる。各自が、一日、一週、一年でゴミをどれだけ出すかを、ゴミを詰めた袋の数や量で調べる。

**Example 1**  
Find:  $393.55 \div 4.25$

**1**

Multiply the divisor by a power of 10 to make it a whole number. Multiply the dividend by the same number.

$4.25 \overline{) 393.55}$

Multiply by 100 to make the divisor a whole number.

**2**

Divide until there is no remainder.

```

          92.6
    425 ) 39355.0
        -3825 ↓
          1105
           -850 ↓
            2550
             -2550
              0
          
```

Multiply to check:  $4.25 \times 92.6 = 393.55$

図4 小数点をずらすことの説明

第4章は、“発明”がテーマで、データ、統計、グラフを学習する。

11課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「データ収集と解釈、レンジ、ミディアム、モード及び平均に習熟する。グラフの選択、作成、読み取りの理解を構築する。データ、統計、グラフを日常生活で応用する。ヒストグラムと茎葉プロットを導入す

る」である。1～7課でグラフを学び、8～11課で、統計を学ぶ。導入として、米国で1997年に認めた諸外国特許件数のデータと棒グラフを元に問を与える。

1課はデータの収集、編集、表示を調べる。クラスの児童が電話した回数を調べ、タリーを用いた表から回数と人数の表を編集し、それを元にラインプロットを作成する。

2課は、レンジ、モード、ミディアン、平均を学習する。レンジ、モードは2年、ミディアンは、4年で学習済みである。7人の児童が各々の作成したフライイングディスクを飛ばして飛距離を記録した。それらを元に上記4値を求める。

3課はピクトグラフの読みとりと、作成の学習である。ピクトグラフは2年で導入している。図書館にある長編小説を西洋、ミステリー、空想科学小説、歴史小説、冒険小説に分類して、各々の冊数を本1冊が10小説を表すピクトグラフを作成する。割り算を利用した作業である。

4課は棒グラフの読みとりと、作成の学習である。1992年夏期オリンピックの上位4カ国の獲得メダル数を棒グラフで表す。0から50までの部分が省略されている。

5課はヒストグラムの読み取りと、作成の学習である。0歳から30歳までの5歳区分のある町のスケート人口表からヒストグラムを作成する。

6課は折れ線グラフの読み取りと、作成の学習である。米国本土全体を、東西に14等分、南北に9等分して、ニューヨーク等の都市の位置に対応する数値対を答えさせて、平面座標を導入する。その後、折れ線グラフを導入する。あるパイロットの月別飛行回数を表した折れ線グラフを分析し、1月から7月までは飛行回数が増加していることを確認する。

紙飛行機の翼の長さで飛距離のデータを基に折れ線グラフを作成する。水平軸、垂直軸ともに数値であり、平面座標上の点を求めている。平面座標を利用して折れ線グラフを説明することは我が国では行われていない。米国教科書では、この様な手法で我が国より早い段階で、数学的概念を多く導入している。参考にすべき手法である。

7課は文章を読んだ後の問題解決である。同じ路線別乗客者数から作成した2種の棒グラフが、各路線に一列車増を主張する関係者と、西部路線に二列車以上の増発を主張する関係者の各々の主張に有利なグラフはどちらかを考えさせ、ディベートの資料とする。目盛りが0人から始まる棒グラフは総数が分かりやすく、9,000人から10,000人の間だけを示したグラフは各路線の乗客数の差が分かりやすいため、最初のグラフは前者の主張に有利であり、後のグラフは

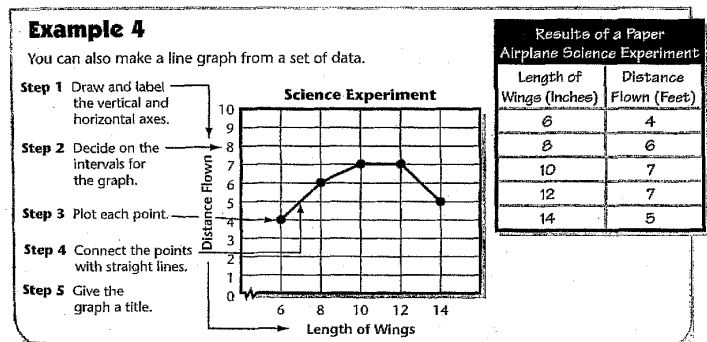


図5 平面座標を用いた折れ線グラフの説明

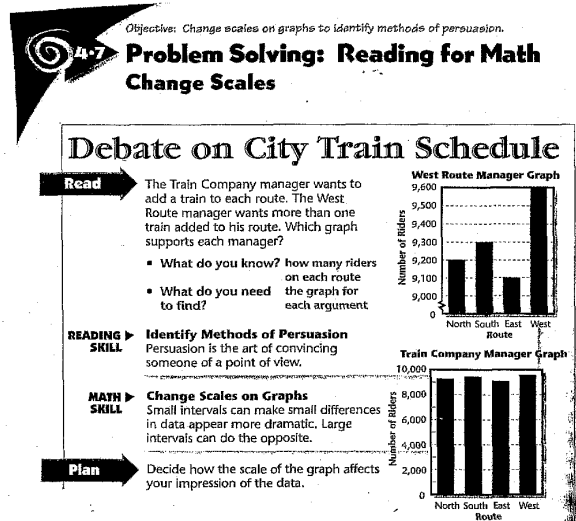


図6 ディベートへのグラフの応用

後者の主張を支えるものになる。このようなグラフを用いたディベートは我が国でも取り入れるべきと思う。

8課は問題解決手法の学習である。スポーツ用品店での、ゴルフボール、ソフトボール、バスケットボール、サッカーボールのある一日の売り上げが表で与えられている。これをグラフにするには、どのグラフがよいかを検討させる。棒グラフ、二重棒グラフ、ヒストグラム、折れ線グラフ、ピクトグラフから選ばせる。

9課は茎葉プロットと呼ばれる表の読み取りと作成である。データを10の位以上が同じ数をまとめて表すのに、表の左側に10以上の位の数(茎)を書き、区切って右側に、1位の数のみ(葉)を小さい順に各々のデータの個数分並べて書く方法である。データの一つの表し方であるが、我が国では教える必要もない。

10課は標本の話である。母集団、標本、偏りのある標本、任意抽出の各用語を学習する。1,253人の児童が通う学校で何人の児童がギプスをつけているかを調べるため、朝、最初に学校に来た25人を調べたが、この方法は偏りのない標本であるかどうかを児童に検証させる。そして、ギプスを装着している児童は学校到着までに時間がかかるから偏りのある標本であることを説明する。任意抽出が最善であることを説明し、全児童の名前を書いた札を帽子に入れてその中から125人をランダムに取り出す方法を記している。中学・高校で学習する内容もこの様に説明すれば小学生にも理解できるであろう。

11課Aは市営の発明博物館の来年度予算を3,000ドル増額するか、減額するか、それとも現状維持にするかを決める。過去5年間の来場者数、予算額の変遷、前年度の項目別出費の各グラフを基に検討する。大人でも答えに詰まる問題である。しかしこの様な学習を通して実社会で通用する判断力を取得していくのであろう。Bは学校内のどこが一番温度が高く、どこが一番低いかを調べる。また、午前と午後でどの様に違うかも測定する。それらを表にまとめて、結論を導く。

第5章は、“芸術の上演”がテーマで、整数の性質と分数の概念を学習する。

13課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「分数と帯分数の概念理解を構築する。小数に対応する分数の習得を目指す。可約、素数、合成数を導入する。最大公約数と最小公倍数を導入する」である。用語として、等しい分数、最大公約数、仮分数、通分分母、最小公倍数が掲げられている。1~5課で数の性質を学習し、6~13課で分数を学習する。ジュークボックスにかかったシングル盤の最上位10曲の、曲名、歌手、年の表から、1960年代の曲は全体のどれだけか分数で答えさせる問などを導入に用いる。

1課は可約性の学習で、82人の合唱隊を同人数の3列に並べることが可能かどうかを調べる。割り算を行ってあまりがあるかどうかを確認する手法と、「1位数が0, 2, 4,

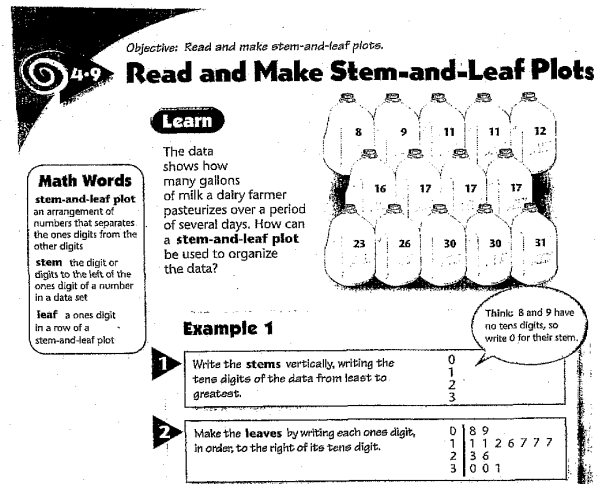


図7 茎葉プロット



6, 8のどちらかであれば2で割り切れる。数字の和が3で割り切れれば3で割り切れる。1位数が5または0なら5で割り切れる。2, 3両方で割り切れれば6で割り切れる。数字の和が9で割り切れれば9で割り切れる。1位数が0なら10で割り切れる」という数の性質を用いて調べる2つの手法が提示される。何の説明もなく、3や9の場合の手法を用いるのは疑問が残る。

2課は合成数と素数を調べる。用語として素因数分解、約数木が導入される。色々な自然数を因数分解する。そして合成数かどうかを調べる。

3課は公約数と最大公約数を学習する。16と24の最大公約

数を求めるため、各々の約数を列挙し、それから公約数を求めた後、最大公約数を求める。我が国と同様の手法である。練習問題には、小さい方の数が大きい方の数の約数の場合や、一方が素数で、最大公約数が1となる場合が含まれている。

4課は、分数の分母と分子にそれぞれ同じ数を掛けても、またそれらを同じ数で割っても大きさは同じであるという4年11章で学習した事の復習である。

5課は文章を読んだの問題解決である。5種類のワークショップのうちダンスを選んだ生徒数を分数で求める問である。各ワークショップを選んだ児童数以外に予約受付日や料金なども掲載されており、必要の無い情報を省く訓練もする。

6課は既約分数を求める学習である。分子、分母をそれぞれ同じ数で割って求める手法と、分子、分母をそれぞれ素因数分解したのち、分子、分母を共通因数で割る手法を提示している。

7課は最小公倍数と通分分母の学習である。4と6の倍数をそれぞれ列挙した後、公倍数を求めて、その中の最小値を、4と6の最小公倍数として求める。通分するときには分母の最小公倍数を分母とするわけだが、この教科書には、分母同士の最小公倍数を通分分母と命名している。特に概念化する必要は感じない。

8課は分数の大小と順序の学習である。 $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{7}{8}$ を小さい順に並べる。4, 3, 8の最小公倍数が24であることを利用しようとして書いてある。3つの分数を通分して大小を調べる問が与えられている。

9課は分数と小数の関連づけである。0.75を分数に直すのに、 $\frac{75}{100}$ をまず求め、分子、分母の最大公約数25で分子、分母を割って既約分数 $\frac{3}{4}$ を求める。さらに、 $3 \div 4$ を求めて、 $\frac{3}{4}$ が0.75であることを確認する。説明は我が国の方が丁寧である。

10課は問題解決手法の学習で、表を作成して問題を解く。12日間のジャズ公演の各日の観客数のリストを元に、観客数が40~49, 50~59, 60~69の日の割合を求める。その人数幅に属する人数を書き出してそれから表を作成し、 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}, \frac{4}{12} = \frac{1}{3}, \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ の解を得る。この様なデータを整理して解を得る学習も重要である。

11課は帯分数、仮分数、小数の関係を学習する。 $2\frac{1}{6}$ を数直線上で表示し、それを仮分数に直す。次に $\frac{13}{6}$ を帯分数に直す。また $4\frac{3}{5}$ を小数に直し、3.75を帯分数に直す。これらが1問ずつ出されているが説明が少ないように思う。

### Using Paper and Pencil

Find the **prime factorization** of a composite number. Write the number as the product of prime numbers. Use a **factor tree**.

Remember: An exponent is the number that tells how many times the base is used as a factor.

$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

図8 約数木

12課は分数、帯分数、小数の比較と大小関係を学ぶ。 $5\frac{3}{10}$ ,  $5\frac{1}{4}$ ,  $3\frac{2}{3}$  の大小関係、8.5 と  $8\frac{5}{16}$  の大小、5.4,  $5\frac{1}{2}$ , 5.0を小さい順に並べる間が出されるが、系統だった説明が少ない。

13課 A は学校でのコンサートのためにオーケストラ100人の各楽器ごとの演奏者数を決定するというもので、14種の楽器とそれぞれの人数の最大数と最小数が記されており、それを基に人数を決定する。合計が100になるということや、選んだ人数が、分数にして全体のどれくらいかということ以外にあまり数学的な側面はない。B は気体、液体、固体の違いを調べる。色々なものを用意して、それらが、形がある、容器を満たす、容器の中で広がる、の3つの性質のどれを満たすかを調べる。調べたものの中でそれらの性質を満たすものの割合を分数で求める。

第6章は、「職業」がテーマで、分数の足し算と引き算を学習する。

13課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「分数の足し算と引き算に習熟する。帯分数の足し算と引き算を導入する。分数計算を日常生活で応用する。代数的思考を発展させる」である。用語として、通分母、同じ分母などが提示される。1～5課で分母が同じ分数、6～13課で分母が異なる分数を学習する。獣医、銀行窓口係など5つの職業の従事者の男女比を分数で表した表を導入に用いる。

1課は分母が同じ分数の足し算の学習である。最初に  $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$  を復習した後、帯分数の場合の足し算と引き算を縦計算で行う。特に計算が分かりやすくなるものとも思えない。帯分数の足し算においては、分数部分の和が1を超える間もあるが、引き算では、被減数の分数の大きさの方が、減数の分数の大きさより大きくなっている。

2課は文章を読んだの問題解決である。演算を決定する手法を考える学習である。

“養蜂家は、蜂蜜などを得るために蜂の巣箱の面倒を見ています。4月と5月で一つの巣箱から  $14\frac{3}{4}$  ポンドの蜂蜜がとれました。  $6\frac{1}{4}$  ポンドが5月にとれたのだったら、4月にとれたのは何ポンドだったでしょう” という問いを解く。足し算と引き算のどちらを用いるか、ということについて文中に、“全部で、合わせて、合計は”などの語が現れていれば足し算を、“どれだけ多い、どれだけ少ない、増えて、減って、差は”などの語が現れていれば引き算を用いるという説明をする。

3課は分母が異なる分数の

**Example**

Find  $7\frac{3}{4} - 5\frac{1}{4}$  to solve the problem.

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
Subtract the fractions.	Subtract the whole numbers.	Simplify.
$\begin{array}{r} 7\frac{3}{4} \\ -5\frac{1}{4} \\ \hline 2\frac{2}{4} \end{array}$	$\begin{array}{r} 7\frac{3}{4} \\ -5\frac{1}{4} \\ \hline 2\frac{2}{4} \end{array}$	$2\frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}$

Each share gains  $2\frac{1}{2}$  dollars.

**More Examples**

<b>A</b>	<b>B</b>
$\begin{array}{r} 22\frac{3}{5} \\ +14\frac{4}{5} \\ \hline 36\frac{7}{5} = 36 + 1\frac{2}{5} = 37\frac{2}{5} \end{array}$	$\begin{array}{r} 8\frac{5}{8} \\ -2\frac{5}{8} \\ \hline 6 \end{array}$

図9 帯分数の縦計算

**MATH SKILL**

**Choose the Operation**

Use key words and phrases to help choose the operation. Because words can be misleading, read the problem carefully.

Words and Phrases	Likely Operation
Total, altogether, in all, sum	Addition
How much more, how much less, increase, decrease, difference	Subtraction

図10 文章の言葉からの演算の推測

足し算の方法を調べる。 $\frac{3}{8} + \frac{1}{4}$  を求める。 $\frac{1}{4}$  が  $\frac{2}{8}$  である説明を長方形の図で示すが、5年生でもあり、我が国なら数直線で示す場面と思う。続いて  $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$  を説明するが、 $\frac{1}{12}$  が単位となって細かい分かりにくい図になってしまう。これは答が帯分数となる例でもある。

4課は分母が異なる分数の引き算の方法を調べる。 $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$  を求める。分数の変形は、前課の足し算の場合と同じである。2つ目は  $\frac{1}{2} - \frac{2}{5}$  を説明する。被減数が帯分数や仮分数の間はここでは現れない。

5課は異分母分数の足し算と引き算を解く。分母を通分して解く。計算問題では、上下に書かれた2

つの分数を筆算形式で解く問がある。これは7課で学習する帯分数同士の足し算、引き算では有効であるが、ここではそれほど有効でない。分母同士が上下に離れており、両者の間に下の分数の分子が目に入って通分の作業の思考の妨げとなる。

6課は異分母帯分数の足し算を調べる。整数部分と真分数部分に分けて計算し、真分数の和が1以上の時は、それを帯分数で表して、整数部分の和にさらに1を足す。我が国と同様の説明である。長方形で説明してあるので、3課と同様に分かりにくい図になっている。

7課は異分母の帯分数の足し算を行う。帯分数を縦に並べて、我が国の筆算形式で計算する。整数部分と真分数部分に分けて考える手法は、児童によっては有効かも知れない。

8課は分数の足し算における演算法則の学習である。 $1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$  を計算するのに、 $1 + (\frac{1}{4} + \frac{1}{4}) + \frac{1}{2}$  と計算して  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + (\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = 1 + 1 = 2$  と計算する方法を紹介する。

$\frac{1}{2} + (\frac{1}{3} + \frac{1}{4}) = (\frac{1}{2} + k) + \frac{1}{3}$  を満たす  $k$  を求める学習もある。これらは我が国でも取り入れて良いと考える。

9課は問題解決手法の学習で、式を書いて解くことを学習する。“25ポンドの小麦粉を購入したパン屋さんが1週間後には、 $4\frac{1}{2}$ ポンド残っていた。使った小麦粉はどれだけですか”という問に対し、 $4\frac{1}{2} + \square = 25$ という式を考え、答を求める。分数の引き算の導入にもなっている。

10課は異分母帯分数の引き算を調べる。6課の足し算と同様に帯分数を整数部分と真分数部分に分けて考える。繰り下がりの計算を図で考える。

11課は帯分数の引き算を行う。7課の足し算の場合と同様に筆算形式で行う。真分数部分が繰り下がりがある場合には理解しやすいかも知れない。

**Make Connections**  
You can use the LCD to add fractions with unlike denominators.  
Find:  $\frac{5}{6} + \frac{1}{4}$

Remember:  
The least common denominator (LCD) is the least common multiple (LCM) of the denominators.

Using Models	Using Paper and Pencil
<p>1 Show each addend.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{5}{6}</math>  </div> <div style="text-align: center;"> <math>+</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{1}{4}</math>  </div> </div>	<p>Find the LCM of 6 and 4. Multiples of 4: 4, 8, 12, 16, ... Multiples of 6: 6, 12, 18, 24, ... The LCM is 12.</p>
<p>2 Show <math>\frac{5}{6}</math> and <math>\frac{1}{4}</math> using 12 as a common denominator.</p> <div style="display: flex; justify-content: center; align-items: center; gap: 20px;"> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{5}{6} = \frac{10}{12}</math>  </div> <div style="text-align: center;"> <math>+</math> </div> <div style="text-align: center;"> <math>\frac{1}{4} = \frac{3}{12}</math>  </div> </div>	<p>Rename <math>\frac{5}{6}</math> and <math>\frac{1}{4}</math> using the LCD 12: <math>\frac{5}{6} = \frac{10}{12}</math> <math>\frac{1}{4} = \frac{3}{12}</math></p>

図11 帯を用いた分数の足し算の説明

### Example

Find:  $6\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}$

<p>1 Rename the fractions using the LCD. The LCD is 4.</p> $2\frac{1}{2} = 2\frac{2}{4}$ $6\frac{3}{4} = 6\frac{3}{4}$	<p>2 Add the whole numbers. Add the fractions.</p> $\begin{array}{r} 2\frac{2}{4} \\ + 6\frac{3}{4} \\ \hline 8\frac{5}{4} \end{array}$	<p>3 Simplify.</p> $8\frac{5}{4} = 8 + 1\frac{1}{4} = 9\frac{1}{4}$
--	---	---

Since  $9\frac{1}{4} > 9$ , the shelf and window will not fit along the wall.

図12 異分母帯分数の足し算

12課は帯分数の和と差の概算の学習である。真分数部分を四捨五入する計算や1位数を四捨五入する計算を学ぶ。

13課Aは、 $15\frac{3}{4}$  フィート $\times$  $13\frac{1}{2}$  フィートの部屋にウォールペーパーボーダーを貼るのに、2店の商品のどれを購入すべきかという意味決定の問題である。Bは足、手、腕の長さとし長との比をそれぞれ分数で表し、それらをクラス全員で調べ、比較する学習である。

### Work Together

▶ Use fraction strips to find  $3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4}$

You Will Need  
• fraction strips

▶ Record the subtraction sentence.  
▶ Use fraction strips to solve.

$3\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} = 2\frac{3}{4}$        $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} = 1\frac{1}{2}$        $4\frac{7}{10} - 1\frac{2}{5} = 3\frac{3}{10}$        $5\frac{1}{6} - 2\frac{1}{12} = 2\frac{5}{12}$

図13 異分母帯分数の引き算の説明

第7章は、“趣味”がテーマで、分数の掛け算と割り算を学習する。6課のゲーム感覚の練習問題が関心を惹いた。分数の割り算の指導法は我が国の方が丁寧で優れている。

11課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「分数や帯分数の掛け算と割り算を導入する。分数や帯分数の掛け算と割り算の概念理解を構築する。分数計算を日常生活で応用する。代数的思考を発展させる」である。1～3課は分数の掛け算を学習し、4課～11課で分数の割り算と帯分数での掛け算・割り算を学習する。4Hクラブで活動する児童の年齢別の、全体に対する割合が分数で与えられている。また、4Hクラブに所属していて、人口50,000人以上の都市に住んでいる児童は、全体の $\frac{1}{3}$ である。幼稚園年長クラスから、3年生までの児童(k-3)は全体の $\frac{1}{3}$ であることを表から読み取って、k-3に属していて、都会に住んでいる児童は4Hクラブに参加している児童のどれくらいになるかを分数で答えさせる問いを導入に用いる。

1課は分数の自然数倍の学習である。15ドルのおこづかいの $\frac{2}{3}$ を貯金するという文に対し、 $\frac{2}{3}$ の15倍を計算させる。我国であれば $15\text{ドル} \times \frac{2}{3}$ と表し、 $\frac{2}{3} \times 15\text{ドル}$ とは表さない。説明も式変形だけで不十分である。

2課は分数 $\times$ 分数を計算する。 $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$  ( $\frac{3}{4}$ の $\frac{2}{3}$ 倍)を説明するのに、長方形の図を用いた我が国と同様の方法で説明する。この説明をなぜ1課で用いないのか理解できない。

3課は文章を読んで解く問題である。本棚の高さ、幅、側板の厚さ、棚板の厚さが書かれた見取り図から、棚の幅を求める問題である。文章以外の図面を読み取る知識を要求する我が国にはあまりない問題である。我が国でも取り入れたい。

4課は帯分数同士の積を求める。仮分数同士の積に直して計算し、結果をまた帯分数に直す。

Objective: Make inferences to solve multistep problems.

### Problem Solving: Reading for Math

#### Solve Multistep Problems

**Read** ▶ Many people make furniture as a hobby. Suppose you want to make the hanging bookshelf in the plans. What is the length of each shelf?

**READING SKILL** ▶ **Make an Inference**  
When you make an inference, you draw a conclusion from suggested information.

- What do you know? Width of the hanging shelf; the thickness of each side piece
- What can you infer? Each shelf has the same length
- What do you need? The total length of each shelf to find?

**MATH SKILL** ▶ **Solving Multistep Problems**  
Solving a multistep problem involves more than one action.

**Plan** ▶ The length of each shelf is  $20\frac{1}{2}$  inches minus the thickness of each side piece. First, multiply the thickness of the side boards times 2. Then, subtract the width of both side boards from  $20\frac{1}{2}$  inches.

図14 見取り図の読み取り

5課は分数の積の概算を学習する。我が国では学習しない分野であり、興味深い。帯分数同士の積を求めるのに、真分数部分を四捨五入して計算する。これは帯分数の大きさを確認するためにも是非取り入れたい問いである。

次に、真分数との掛け算の場合、他方を真分数の分母の倍数で近似する手法を説明する。これも単なる四捨五入とは異なる考える学習である。 $\frac{3}{8} \times 23 \frac{4}{5}$  を  $\frac{3}{8} \times 24$  で近似する手法である。

6課は問題解決手法の選択で、表を作成して考える。3等分された各々の扇形に  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  の分数が割り当てられた円盤と、2等分されて、 $1 \frac{1}{2}$  と  $2 \frac{1}{6}$  が割り当てられた円盤の中心の針を回して止まったところにある分数同士を掛けて得られる分数は全部でいくつあるかを調べる。起こりうる場合を表にして計算し、6つであることを確認する。場合分けと分数計算を学習しており、これも我が国で取り入れて良い学習である。

7課は分数の掛け算における計算の性質を学ぶ。結合法則、分配法則、交換法則、恒等法則、零法則を調べる。

$(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}) \times 2 = (\frac{1}{2} \times 2) + (\frac{3}{4} \times 2)$  や  $(\frac{1}{2} \times 22 \frac{7}{12}) \times 2 = (22 \frac{7}{12}) \times \frac{1}{2} \times 2$  などの式変形を学習する。これらも我が国で取り入れるべき学習である。

8課は分数の割り算を調べる。  $2 \div \frac{1}{4}$  を求めるのに、分数帯を用いて、2には  $\frac{1}{4}$  が8つあることを説明する。次に同様の図を用いて単位分数で割るのは、その逆数の整数を掛けるのと同じであることを説明する。我が国であればもう少し詳しく説明する。

9課は真分数÷真分数を計算する。分数で割ることは、その逆数を掛けることと同じであることを前課で学んだことにしている。この説明は我が国では考えられないほど簡単である。

逆数を掛ける例は前課では単位分数についてのみであり、真分数についての説明はないままに、実際の計算に用いている。




10課は帯分数÷帯分数を計算する。仮分数÷仮分数に直した後、分子と分母を入れ替えて掛け算を行う。計算方法の説明だけである。

11課Aは意思決定の問題である。チキンパスタと、ジャーマンポテトサラダのそれぞれ8人用のレシピが提示されている。材料と家になく調味料を用意して24人分のどちらかの料理をピクニックのために作るのに、どちらにするかを決める。Bは固体でも液体でもないゲルを作り、その性質を調べる。

第8章は、“コミュニケーション”というテーマで、測定を学習する。4年9章から続く。

10課から成り、11~13回分の学習内容である。章の目標は「日常の単位（ヤード・ポンド法）とメートル法の概念理解を構築する。おおよその測定を習得する。ヤード・ポンド法とメートル法における単位の変換を習得する。問題解決手法を発展させる。測定を日常

**Make Connections**  
Division and multiplication are related operations. You can use this fact to think about dividing with fractions.

Using Models	Division	Multiplication
	$2 \div \frac{1}{3} = 6$	$2 \times \frac{3}{1} = 6$
	$1 \div \frac{1}{2} = 2$	$1 \times \frac{2}{1} = 2$
	$2 \div \frac{1}{4} = 8$	$2 \times \frac{4}{1} = 8$

When you divide a number by a fraction, you get the same answer as when you multiply the first number by the fraction turned upside down.

Think: Look at the division and multiplication columns. What relationship do you see?

図15 分数帯による割り算の説明

生活で行う」である。1～4課で日常の単位を学習し、5～10課でメートル法を学習する。一日平均何分電話を使うかを表にしたものから、一番多い通話時間などを調べることを導入に用いる。

1課は時の計算である。通話時間を週2時間以内と決められている児童の日曜日から金曜日までに通話した時間が、月曜日は25分、火曜日は15分、というように棒グラフで示されている。土曜日は何分電話できるかを計算する。2時間を分に換算し、月曜日から金曜日までの合計時間100分を計算して、答を求める。5時55分から7時30分までの時間を暗算で計算する方法を説明している。

2課はヤード・ポンド法で長さを測る。携帯電話の長さをインチ、 $\frac{1}{2}$ インチ、 $\frac{1}{4}$ インチ、 $\frac{1}{8}$ インチ、 $\frac{1}{16}$ インチまでの精度で測る。フィート、ヤード、マイルの換算方法を知る。換算の計算を行う。

3課はヤード・ポンド法で容量と重さを測る。液体オンス（1液体オンス =  $\frac{1}{16}$  パイント  $\approx$  29ミリリットル）の単位が導入される。

4課は文章を読んだ後の問題解決である。“教室にコンピュータモデムを設置するのに、ケーブルが36フィート必要である。これをおよそ100ヤード必要であるといって良いか”という問いが出されている。

5課はメートル法による長さの学習である。2課と同様のことをメートル法で行う。ミリメートルが導入される。

6課はメートル法で容量と質量を量る。ミリリットルとセンチリットルを導入し、センチリットルは使用しない。1ミリリットルの水の質量が1グラムであることを説明する。

7課はメートル法での単位の変換である。机に15cmの長さの余裕があれば132mmの幅のプリンタを置くことが出来るかという問いが出されている。2.51kmをメートルで表したり、97.8mgをグラムで表す問いがある。

8課は問題解決手法の学習である。図を書いて考える。“幅70メートル、奥行き100メートルの講堂に10メートルおきに壁にスピーカーを配置するとスピーカーはいくつ必要か。ただし隅にはスピーカーは置かない”という問題を横70m、縦100mの講堂を表す長方形の図を描いてそこにスピーカーを配置して考える。

9課は温度の学習である。摂氏と華氏の温度の換算式を知る。摂氏温度を $\frac{9}{5}$ 倍して32を足せば華氏になることを説明した後、摂氏を2倍して30を足すという近似式を説明しているのは興味深い。

10課Aは4つのプロバイダのどれに加入するかを決める問いである。月額料金、利用可能時間（分）、Email限度数を比べながら決定する。1分当たりの料金や1日平均利用可能時間なども求める。Bは塩の溶解時間を冷水、冷めた水、ぬるま湯、お湯を用いて、水温と時間の関係を調べる。

第9章は“科学”がテーマで、整数を学習する。

8課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「正の整数と負の整数を導入する。負の整数の概念理解を構築する。整数の足し算と引き算の習得を目指す。日常生活で整数を応用する。代数的思考を発展させる」である。我が国では中学1年の学習内容である。日本での感覚では、前章までと比べると高度な内容である。海洋上の一地点を原点

とする平面座標を考え、100マイルを1単位距離として、海底火山の位置を座標で表現したものを導入に用いる。海底火山Aの位置は(200, 100)とか、そこから右へ3単位、下へ2単位の地点の座標はいくつか、などの問いを与える。負数の導入は我が国では中学であり、小学校5年生で実際どこまで理解しているのかを検証するのも比較研究の一つのテーマとなる。1～4課で整数の足し算を、5～8課で引き算を学ぶ。

1課は数直線の導入と数直線上での整数の大小比較を学習する。整数、正の整数、負の整数、反対の整数(符号が異なる整数)の概念を導入する。北極気団の影響でアラスカが、華氏20度から40度まで冷えることを用いて負数を説明する。

2課は整数の足し算を調べる。両面の色がそれぞれ黄と赤のカウンターを用いる。黄の面を正、赤の面を負とみなして正負の足し算を考える。黄色の面が3枚と5枚では $3+5=8$ を表し、赤色面が3枚と黄色面が4枚では $-3+4=1$ を、赤色面が4枚と5枚では $-4+5=-9$ を表す。これらを説明する。

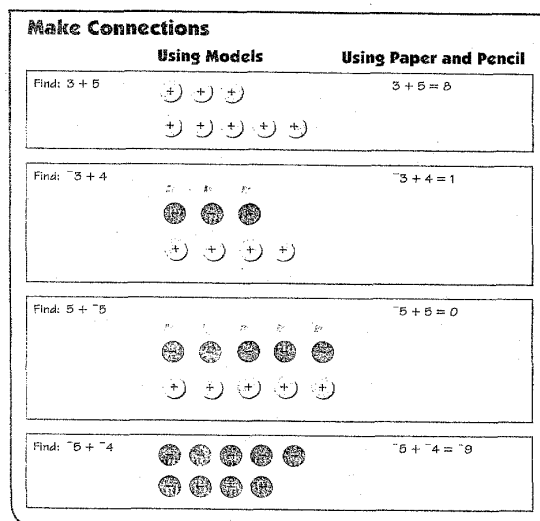


図16 負数の足し算の説明

3課は整数の足し算を学習する。数直線上で、正整数を足すときは右へその数の分だけ移動し、負の整数を足すときは、左へ移動するという説明をする。

4課は文章を読んだ問題解決である。外の気温を1日に3回測った。気温は下がる一方であった。最初に比べて最後は6度下がっていた。という内容の文章があり、観測データが、午前9時:  $5^{\circ}\text{C}$ 、正午:  $-5^{\circ}\text{C}$ 、午後3時:  $-1^{\circ}\text{C}$ であった。間違ったデータが1つあるが、それはどれか、という問いが提示されている。“正午の方が午後3時より低くなっているからどちらかが間違っている。午前9時のデータは正しい事になるから、それより $6^{\circ}\text{C}$ 低い $-1^{\circ}\text{C}$ の午後3時のデータも正しい”という5年生には高度な論理的推論が必要である。負数を用いなくても同様の論理的推論が我が国の5年生に可能かどうか疑問である。

5課は整数の引き算を調べる。2課と同様に片面がそれぞれ赤と黄に塗られたカウンターを用いて、何枚かあるカウンターから何枚かを取り去ることを引き算とみなして、負の整数を含む場合の引き算を調べる。 $8-6=2$ 、 $-3-5=2$ などを説明する。数直線を用いて、負の数を加えることと、正の数を引くことの説明する。最後は我が国と同様の指導法である。

6課は整数の引き算の学習である。数直線を用いて、 $120-64$ を求める。

7課は問題解決手法の学習で、異なる解法を考える。華氏2825度に熱せられた陶器が1日に華氏240度ずつ冷えていくと、

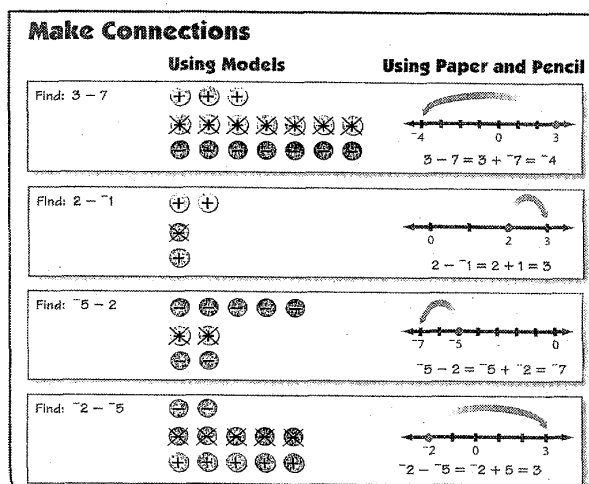


図17 負数の引き算の説明

何日後に華氏65度になるかという問いを、1日目から12日目までの温度表を作って求めるのと、 $2,825 - 65 = 2,760$ 、 $2,760 \div 240 = 11.5$ と計算して、12日後であるというように求める2方法を説明する。後者の手法の方が早く、容易に解を得られることを確認する。

8課Aは意思決定問題である。科学部の前期、後期の予算を決定する。各項目の金額が記された収支表があり、計算すると、事業などの支出が収入を126.00ドル上回っている。どの様な予算を決定するかを考える。Bは科学への応用である。正の数と負の数では記憶するのに難易があるかどうかを調べる。正整数、負整数をそれぞれ並べた数列を全部で6つ用意し、それらを正しく記憶できたかどうかを表にまとめて仮説が成り立つかどうかを調べる。

第10章は“環境”がテーマで、代数式と方程式を学習する。本章も我が国では中学1年の内容である。象限、一次関数、一次方程式などを学習する。

13課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「代数的思考を発展させる。代数方程式の解法と座標を用いたグラフの作成を導入する。簡単な方程式の解法の概念理解を構築する。グラフと方程式を用いた問題解決手法を発展させる。代数とグラフ作成を日常生活で応用する」である。メタンガス回収装置を用いた発電施設が何軒分の電気消費量をまかなえるかを示した横に伸びる棒グラフ（横軸に万単位の世帯数、縦軸に装置数）を参照しながら、全米の120施設で何世帯分の電力が供給できるかを計算する学習を導入に用いる。1～7課で式と関数を学習し、8～13課で方程式を学習する。

1課は文字式の足し算と引き算を調べる。“環境団体の事業で大人全員で5本を植林した。青年部の人は各自1本ずつ植林した。この時、青年部の人数を $p$ として、植林した本数を表しなさい。植林した木の数を $t$ として、 $t$ と $p$ の関係を代数式で記しなさい。 $p = 8$ のときの $t$ の値を求めなさい”という問題が与えられている。文字式を3,4年で学習していれば5年生ではこの学習が可能となる。我が国でもこの様な学習が取り入れられる体制を作りたい。

2課は掛け算と割り算の式を調べる。市が毎年4エーカーの土地を購入することにした。最初の4年の各年について、それまでに購入した土地の総量を計算する問いを与えている。カウンターで数えた後、年と土地の関係を表にし、年数の4倍のエーカーの土地を全部で購入していることを理解させ、 $n$ 年後にはそれまでに $4n$ エーカーの土地を購入することを導かせる。

また購入した土地の半分が湿地であるなら、購入した土地の総量を $a$ エーカーとすると、購入した湿地は全部で $a \div 2$ エーカー、または $\frac{a}{2}$ エーカーとなることを説明している。これらの概念を5年生で理解できる児童も我が国には多く存在する。それらの児童にこの段階で教授する事を考える必要があると思う。

3課は演算の優先順位を学ぶ。かっこ、べき乗、積・除、和・積の順に優先されることを説明する。 $x = 3$ の時の $x^2 + 12 \div 2$ の値を計算する問いなどが提示される。

4課は関数を学習する。資源回収のため新聞紙を毎週自宅から10ポンド、近所の家庭から一軒当たり3ポンドを回収する5年生がいる。近所の家の数と回収する新聞の量の関係を図で表し、さらに、 $n$ を回収した新聞の量、 $c$ を近所の家庭の数として、 $n = 3c + 10$ の関係が成り立つことを学ぶ。また、実際に $c$ に値を代入して計算する。



5課は座標と一次関数のグラフ作成を学習する。地下水の汚染度が記入された地図に、1目盛りが1マイルの距離を表す東西がx軸で南北がy軸の座標を書き込んだ図を基にして汚染源と考えられる地点の座標を求める。また、汚染調査の時、総量が8ポンドの機材を運び、各箇所ですべて2ポンドの地下水を採取する。5箇所ですべて地下水を採取した後ではどれだけの重量のものを運ぶかという問いが出されている。そして、 $s = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ の時の  $w = 2s + 8$ の  $s$ と  $w$ の値  $(s, w)$ を、平面上に取らせている。用語として順序対、原点、成分、軸を導入する。

6課は4つの象限とグラフを用いた解き方を学ぶ。 $xy$ 平面上の、第2、第3、第4象限内のいくつかの点の座標を求める。次に直線  $y = x + 1$ に対して  $(x, y)$ を、 $x$ の値が  $-3, 1, 1, 3$ に対して計算させて表にまとめ、それに基づいて平面に書き込ませる。そして直線  $y = x + 1$ を描かせる。

7課は文章を読んだ問題解決で、グラフから関係を読み取る学習である。9時から12時までの1時間毎の気温を折れ線グラフに表したものから、時刻と気温の関係を読み取る。この場合、単調増加になっていることを確認する。

8課は足し算の方程式を調べる。 $d + 9 = 24$ という方程式を解くことを考える。方程式  $x + 6 = 9$ を解くのに、 $x + 6 - 6 = 9 - 6$ を用いて説明する。加数が未知数の問題も提示されている。

9課は足し算と引き算の方程式を解く。最初は8課と同様の解き方で、右辺の値が、小数、仮分数、負の整数の場合の答を求める。次に  $y - 2.5 = 18$ のような被減数が未知数の方程式を  $y - 2.5 + 2.5 = 18 + 2.5$ の様に変形して解く。右辺の値は、小数、仮分数、負の整数である。減数は正の数である。問いには  $122.2 - q = 122$ という、数に馴染んでいけば解法を知らなくても解ける減数が未知数の問いが提示されている。この様な形での導入も重要である。数に馴染むために、 $x + 6 = 38$ ,  $n - 12 = 38$ ,  $38 - x = 0$ など6個の方程式を与えて、答が38より大きいか、小さいか、それとも38に等しいかを計算せずに答えなさい、という問いが提示されている。論理的思考力を養うという点からも我が国でも取り入れたい問いである。

10課は掛け算と割り算の方程式を解く。1ワットの電力を供給する太陽電池が1つ5ドルの時、600ドルで得られるワット数を求める問いを、得られるワット数を  $w$ として、 $(5 \times w) = 600$ という式を立て、 $(5 \times w) \div 5 = 600 \div 5$ と変形して解く方法を説明する。 $4m = 24.5$ ,  $\frac{1}{2}x = 40$ ,  $\frac{r}{9} = 15$ ,  $y \div 2.5 = 5$ ,  $\frac{x}{5} = \frac{2}{3}$ が練習問題として提示されている。

11課は問題解決手法の学習である。地表の平均気温華氏59度を摂氏に換算する。 $F = 1.8C + 32$ を用いる。摂氏0度、10度、20度、30度における華氏の値を求めて表にまとめ、 $59^\circ F = 15^\circ C$ を知る。実際に値を代入して正しいことを確認する。

12課は通常の一次方程式を解く。 $30p + 21 = 291$ を前課までで学習した方法で解く。我が国と同様な解き方である。

13課Aは、地球を守ろう委員会が86.28ドルの予算と12時間で、4つの活動候補の内、どの二つを実行するかという意思決定の問題である。一次方程式を立てて解く問いも与えられている。Bは、糸電話ではどれくらいの距離まで明瞭に聞き取れるかを調べる。

第11章は、“芸術とデザイン”というテーマで、図形を学ぶ。前半は4年の復習が主であ

る。図形の単元は概して我が国の方が丁寧に指導している。

12課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「図形の未知の角の計算法を導入する。図形の角度の特定、計測、分類に習熟する。図形を日常生活に応用する。幾何学的概念、パターン、図を用いて問題解決手法を発展させる」である。1～5課で図形を学習し、6～12課で応用する。フランス人画家の作品である三角形、長方形、円のみから構成される抽象画を導入に用いる。

1課は4年10章で学んだ幾何学的概念の復習である。点、線分、端点、直線、半直線、開いた図形、閉じた図形、多角形、辺、頂点、対角線を復習する。

2課は角度の測り方、角度の分類、2直線の関係などを学ぶ。分度器を用いた角度の測り方を説明するが文章だけで、我が国よりも不親切である。4年10章で学んだ直角、鋭角、鈍角、交わる直線、直交する直線、平行線、平面の各用語を復習する。

3課は三角形の性質を学ぶ。最初に4年10章で学習した用語、正三角形、二等辺三角形、不等辺三角形、直角三角形、鋭角三角形、鈍角三角形を復習する。4年では、正三角形を3つの辺と3つの角の大きさがそれぞれ等しい三角形となっていたが、ここでは辺のみを用いた通常の数学的定義となっている。二等辺三角形も同様である。また、我が国とは異なり、4年時の導入の時から、二等辺三角形は少なくとも二辺の長さが等しい三角形というように、正三角形も二等辺三角形であることが明示されている。我が国では、“二つの辺の長さが等しい三角形”という表現で導入されており、論理的に厳密ではない。文化の違いもあるだろうが、出来るだけ早い段階で正確な数学的表現で説明したい。

次に三角形の内角の和が180度であることを説明するが、分度器で測った角度を足す方法を文章で説明するだけであり、我が国の方が丁寧に指導している。30度と100度の角を持つ三角形の、残りの角の大きさを求める問いに対し、 $30^\circ + 100^\circ + n^\circ = 180^\circ$ という方程式を立てて解く。

4課は四辺形を学習する。平行四辺形、台形を定義した後、長方形は4つの角が直角の平行四辺形、菱形は4つの辺の長さが等しい平行四辺形、正方形は4つの辺の長さが等しい長方形と定義する。これらの図形の包含関係を知るには好都合であるが、4年時に学習した定義とは異なる事が気にかかる。包含関係は別の手法で教えるべきであろう。四辺形の内角の和を求めるのに、対角線を加えて二つの三角形の内角の和に等しいという説明をする。図は用いない。また五角形以上に拡張していない。論理的説明は我が国の方が優れている。

5課は文章を読んだ問題解決である。図を描いて問題を解く。二辺の長さが20cmと58cmの長方形と、一辺の長さが52cmで高さが42cmの正三角形を重ねて長方形の箱に入れるのに、一番小さい長方形はどの様な形かという問題を4段階手法で解く。

6課は合同と相似を学ぶ。合同の定義が、同じ形で同じ大きさのものというあまり数学的でない表現である。相似も、同じ形だが大きさは違ってよいと定義する。合同も相似に含まれることを注で説明する。凹四辺形や円、八角形においても考える。

7課はユークリッド変換を学ぶ。平行移動、折り返し、回転を図を交えて説明する。また、これらを行って得られる図形は元の図形と合同であることを述べている。

8課は対称を学習する。線対称と対称軸を学ぶ。

9課は問題解決手法の学習である。中心が同じ正方形が等間隔で重ねて書いてある図に

においてさらに外に描く正方形の辺の長さを計算する。パターンを求めて解を得る。

10課は円について学ぶ。用語として円、中心、弦、直径、中心角、半径を学ぶ。それらの説明と、実際に円を描く練習が内容である。

11課は敷き詰めについて学ぶ。長方形、円、正六角形など、色々なかたちで、敷き詰めが可能かどうかを調べる。

12課 A は10フィート四方の正方形を敷き詰めるのに、正方形、正六角形、直角二等辺三角形の、5種類のタイル商品のどれを用いるかを決定する。B は、大勢の人を支える舞台の構造を考えるため、紙で作成した支柱がどの位強固かを調べる。支柱の上に本を乗せ、乗った冊数、支柱の形状を表にまとめる。

第12章は“建築物”というテーマで、周長、面積、体積を学習する。11章と同じく、我が国の方が指導は丁寧である。円の面積の指導などは我が国の方が遙かに優れている。

13課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「表面積の計算方法を導入する。立体図形の特定に習熟する。周長、面積、体積の計算に習熟する。問題解決手法を発展させる。周長、面積、体積を日常生活で応用する」である。1～7課で周長と面積を学習し、8～13課で表面積と体積を学習する。ローマのコロシウム、ピラミッド、パルテノン宮殿の大きさを表す資料を基に、大きさや周長などを求めるのを導入としている。

1課は多角形の周長を求める。正方形、長方形、平行四辺形、三角形など必要な箇所の長さがメートル、フィート、インチの単位を用いて整数、分数、小数で表されたものを計算する。周長を丁寧に教えるのは面積との混同を防ぐ意味があるのかも知れない。

2課は4年10章で学習した求め方に従って、長方形の面積を求める。方眼紙の単位正方形、メートル、センチメートル、インチ、フィートの単位で表された長方形で、辺の長さの値は整数、小数、分数である。

3課は文章を読んだ問題解決である。周長と面積を区別する。縦、横2フィートの犬小屋の床に敷くマットを購入するには、犬小屋の周長と面積のどちらを求めればよいかという問題を考える。

4課は平行四辺形の面積を調べる。我が国と同様に方眼紙に平行四辺形を描いて、長方形の面積から得られることを示す。高さが底辺の延長線上で交わる押しつぶされた形の平行四辺形の場合の説明はない。

5課は三角形の面積の求め方を学ぶ。合同な三角形二つで平行四辺形になることを用いて説明する。上下に並んだ平行な二直線の下方に底辺を置き、上方にもう一つの頂点を置いてそれを色々ずらして底辺の長さが高さが一定なら面積が等しいことを確認するというような我が国で行われる指導はしていない。我が国の教科書と比べると不親切で説明不足の感がある。

6課は円周の学習である。身の回りの様々な大きさの円の直径と円周を測り、円周と直径の比を求め、それが3.14に近いことを確認する。我が国と同様の学習である。円周率を記号 $\pi$ で表すことを導入する。直径が43mの円の円周は $43\pi$ であり、それはおよそ $43 \times 3.14 \approx 135.02$ 、すなわちおよそ135mであるという説明をしている。個人的には円周率を記号 $\pi$ で表すことを教えるのも良いと思う。円周率を3.14として、様々な直径の円の円周を計算させる。

7課は円の面積を調べる学習である。方眼紙に様々な大きさの円を描き、それらの面積を自分の方法で測ってみる。それを表にし、半径の2乗で割った値を計算させて円の面積が円周率×半径の2乗であることを理解する。我が国の指導法からすれば、信じられないほど雑でお粗末な指導法である。方眼紙に書かれた面積の測り方をとってもそれだけで指導に時間がかかる。この教科書の指導は論理的説明を放棄している。学習時間も前課の円周と合わせてわずか2時限である。

8課は問題解決手法の学習で、図形を単純な二つの図形に分けてそれぞれの面積を求めて加えることによって、全体を求める問題である。提示されているのは大きな長方形の右上の頂点から小さい長方形を切り取った図形である。垂直線分での分割しか紹介せず、水平線分での分割や全体から引く方法は紹介しない。また、この単元より複雑な分割を用いる問いが、4年10章12課の練習問題に何題も提示されている。目新しい点としては、長方形の1辺に接するようにさらに三角形が加えられた図形の面積を求める問いぐらいである。

9課は立体と展開図を学習する。面、辺、頂点、直方体、立方体、三角錐、四角錐、球、円錐、円柱などの用語を理解し、球を除くそれらの図形の展開図を学ぶ。一つの立体図形に何種類もの展開図があり得ることは説明していない。色々な図形の面数、辺数、頂点数を調べる。直方体の展開図のどの面と面が、直方体における平行な面かというような我が国で学習する展開図と立体との関係は学ばない。

10課は単位立方体をいくつか積み重ねて得られる図形を、上、前、横から見たときの平面図を描く。

11課は展開図を用いて、直方体の表面積を求める。方眼紙に直方体の展開図を描き、得られた6個の長方形の面積を加えて求める。同じ形の長方形が2枚ずつ3種類あることは触れない。

12課は直方体の体積を調べる。何種類かの直方体の箱を作成し、そこに単位立方体を入れて数える。立方メートル、立方ヤードなどの単位を導入する。

13課Aは与えられた用地内に深さ10フィートのプールをどの様に建築するかを決定する。プールを覆うカバー、水循環のためのポンプの処理能力、プールサイドに貼るタイルの量、それらを勘案してプールの形状と大きさを決定する。Bは人が混雑を感じるのは、どれほどの時かを調べる。教室の面積を求め、クラス児童全員をちらばらせて座らせる。一番近い人までの距離を測り、快適、やや混んでいる、耐えられないの中のどの程度かを記入する。これを教室の半分、 $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{8}$ 、 $\frac{1}{16}$ 、 $\frac{1}{32}$ の広さについて実験する。皆のデータから不快に感じる距離の平均を求める。

第13章は、“お店の経営”というテーマで、比例と確率を学習する。確率は我が国では教えておらず、導入を考えたい単元である。

9課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「比例、割合、単価、縮図の概念を導入する。比と確率の概念理解を構築する。問題解決手法と代数的思考を進展させる。比と確率を日常生活で応用する」である。1～5課で比例と割合を学習し、6～9課で確率を学習する。導入として、全米の家庭での三大支出、住居費、交通費、食費と全支出費の金額を元に、いくつかの割合を計算する。

1課は比を調べる。色の異なる二種のカウンタを数枚ずつ用いて、AとBの比、Bと

Aの比、Aと全体の比、全体とAの比などの学習する。

2課は等しい比について学習する。比を分数で表して等しい分数を説明する。内項の積と外項の積が等しいことなどを説明する。

3課は割合を学ぶ。3時間で9通の手紙を配った配達員は、この割合で配ると6時間では、何通配ることになるかを調べる。また、1単位当たりの量を説明し、単価、速度などを計算する。

4課は文章を読んでの問題解決である。犬の世話を一頭一日4ドルで、7日間2頭を引き受けると、28ドル稼ぐという計算は正しいかどうかを4段階手法を用いて判断する。

5課は縮図を学習する。1cmが2mで表された家の間取りを用いて、寝室の実際の長さを求める。

6課は確率を調べる。円を八等分した扇形の内の5つが赤、2つが青、1つが黄に塗り分けられていて、時計のように置かれた針を回転させて止まった場所の色を知る道具（スピナー）を用いて40回記録を取る。4年11章と同様の作業である。円の九等分や五等分がでてくるのが4年生と異なる。

7課は確率の学習である。標本空間、等しく起きる、事象、などの用語が導入される。サイコロを振って5または6の目が出る確率を求める。1から6の目がすべて等しいように出るようになっているときの、5または6の目が出る場合だから  $\frac{2}{6}$  と説明する。

8課は問題解決手法の学習で、実験して調べる。片面が印字されたコピー用紙50枚を誤って床に落とした。この場合、床に落ちた紙の上向きの面が表である確率がどれくらいであるかを調べる。これを実験で行う。

白紙の紙50枚を用意し、それら全部の紙の片面のみに×印を記入する。×印を付けた面を上にして1m上からそれらの紙を床に落とす。×を付けた面が上になっていたのが13枚、下になっていたのが37枚あった。この結果に関して色々な考察を行う。偏りのある確率の問題は我が国ではあまり提示されない。このような問題は種々の結果が出て考察も様々であり、我が国でも是非取り上げたい。

9課Aは意思決定の問題である。スピナーとサイコロを使って各々の出た目同士をかける。値が奇数であれば、ボーナスとしてさらに15点を加える。これを4回行って合計点を競う。スピナーはA、B、C、Dのどれを用いても良い。どれを用いるのが一番有利であるかという問いだが、数字がすべて奇数のAよりも、偶数が2つあるがすべての数が大きいDの方が有利であるところが高度な問いである。Bは良いシャボン玉を作るための実験である。洗剤と水の比が1:1, 1:5, 1:10, 1:20の4種類の液を作り、出来たシャボン玉の直径と壊れるまでの時間を測定し、表にまとめて結論を出す。

Objectives: Apply probability to analyze data and make decisions.

**13-9 A Problem Solving: Application Decision Making**

Your friends created the game Spin, Toss, and Multiply. You and some friends play the game. You want to win the game as much as possible.

**Spin, Toss, and Multiply Game**

1. Spin the spinner.
2. Roll the number cube.
3. Find the product of the two numbers.
4. If the product is odd, add 15 points.
5. Repeat steps 1-3 three more times.
6. Find the sum of the four products.
7. The person with the greatest sum wins.

図18 スピナーとサイコロを用いたゲーム

第14章は“スポーツとゲーム”がテーマで、百分率を学習する。

9課から成り、11～13回分の学習内容である。章の目標は「パーセントの概念を導入する。パーセントの概念理解を構築する。円グラフ及び、分数、小数、パーセントを関連付けることに習熟する。パーセントを日常生活で応用する。問題解決手法を発展させる」である。1～4課でパーセントを学習し、5～9課で応用する。導入として、掲げられた11項目のレクリエーションにどれくらいの余暇時間を費やすかをパーセントで表した表を元にいくつかの問いを考える。

1課はパーセントの意味を調べる。綿85%、ポリエステル15%のTシャツについて、この数値を分数、小数、比で表し、それらを表にして見比べる。10×10のマスの方眼紙を用いて、小さな正方形1つ分が1%であることを説明する。

2課はパーセント、分数、小数を学習する。プロアメリカンフットボールリーグの勝敗表のパーセント表示の勝率を元に、それを既約分数と小数に直す。

3課はパーセントの更なる学習である。125%、19.5%のような100%を超える場合や小数の場合を学習する。

4課は文章を読んだ問題解決である。“昨シーズンのアイスホッケーのゴール成功率が55%だった選手が今シーズンは20シュートで13ゴールを得ている。記録は向上したか”という内容の問いの文を読んで4段階手法で解く。

5課は数に対する百分率を学ぶ。少年サッカーチームの全ゴール数32の25%を記録した少年はゴールを何本決めたかという問いを考える。

6課はある自然数の百分率が自然数になっている場合の百分率を求める。3は12の何パーセントかとか、30は20の何パーセントかという問いが提示されている。2は6の何パーセントかという循環小数になる場合も取り上げる。

7課は問題解決手法の学習で、論理的推論を用いて解く。クラスの児童の内15人が野球チームに所属し、18人がサッカーチームに所属している。また、3人が両方のチームに所属している。野球チームに所属していてサッカーチームに所属していない児童の人数と、サッカーチームに所属していて、野球チームに所属していない児童の数を求める。集合の学習であり、ベン図を書いて求める。

8課は円グラフを学習する。どのボードゲームが最も好きかを120人の児童について調べ、その結果を円グラフにしたものを用いて、40パーセントの児童が好きと答えたバックギャモンは、実際には何人が好きかを計算する。さらにボードゲーム、ビデオゲーム、パズルから好きなゲームを選ばせて得た25%、50%、25%という結果から円グラフを作成するために中心角を求める計算を説明する。

9課Aはツーリング用自転車を3店舗のどこから購入するかを決める問題である。定価、割引率、部品、配達料を勘案しながら決定する。Bはペーパータオルの性能を調べる。3種類のペーパータオルを用意し、それらの面積を測った後、水につけて絞り、こぼれた水の量を量る。また絞ったペーパータオルの4隅を持って中に連結キューブをペーパータオルが破れるまで乗せ、破れたときの連結キューブの個数を記録する。価格を枚数で割ってペーパータオル一枚当たりの価格を求める。これらを表にまとめてどのペーパータオルが性能がよいかを結論づける。

## 終わりに

4年次以下の内容に近い学習の単元がある一方で、負数や方程式、平面座標のように我が国の中学校で扱う単元もある。円の面積の公式の説明が教科書でなされていないなど我が国の基準とは大きく異なる内容である。理解に時間のかかる児童と、優れた能力を持つ児童の両方を教えるためにはこの様な教科書になるのかも知れない。代数的性質は早くから教えるが図形の性質の説明は詳しくないように感じた。また、確率の学習が充実している。我が国として参考にすべき点が多いカリキュラムである。

