

米国算数教科書紹介（IV）

Investigation of an American Arithmetic Text Book (IV)

植 村 憲 治

UEMURA Kenji

Following the previous papers which treated text books and teacher's books for Kindergarten, Grade 1 and 2, we introduce and investigate an American arithmetic text book and the teacher's book for Grade 3, named "Mathematics" published by McGraw-Hill Company. And we point out the importance of getting conceptional understanding often referred to in both books.

前稿までで、McGraw-Hill社のMathematicsの幼稚園年長組と1, 2年生の教科書及びその指導書について報告した。本稿では小学校3年生用の教科書と指導書を検証した結果を報告する。

Mathematicsは幼稚園年長組から6年生までの7学年を取り扱っている。米国公立学校で広く用いられているもので、すべての巻の教師用指導書には冒頭に、National Council of Teachers of Mathematics (NCTM:全米数学教師協議会)が2000年に発行した“数学教師のための原理と基準”において採用された10の基準が提示されている。この基準は以下のものである。

1. Numbers and Operations (数と演算)
2. Patterns, Functions, and Algebra (パターン、関数、代数)
3. Geometry and Spatial Sense (幾何と空間感覚)
4. Measurement (測定)
5. Data Analysis, Statistics, and Probability (データ分析、統計、確率)
6. Problem Solving (問題解決)
7. Reasoning and Proof (理由付けと証明)
8. Communication (コミュニケーション)
9. Connections (関連)
10. Representation (表現)

これらの基準と各単元との関連は、最終ページに表にしてまとめた。

3年次教科書は、低学年のものとは異なり、活字がやや小さくなつた。ページ数も増え、文章が多くなつてゐる。実社会の場面、資料なども多く用いられている。家庭学習は無くなり、代わりに各章に導入場面の問題が設けられた。またこれまでと同様に、全ての章の

最終課は問題解決の応用で、意志決定のAと科学への応用のBに細分される。問題解決法においては、以下に示した既習の10手法を傍らに提示しながら解く。これらは我が国でも導入すべきである。導入場面では2年次の復習に時間を相当割いている単元もある。我が国でも理解の遅い児童達にはそのような指導も考慮すべきであろう。

問題解決手法 1：論理的推論 2：図を書く 3：グラフを書く 4：やってみる
5：表やリストを作る 6：パターンを探す 7：見当を付けて、調べる 8：式を立てる
9：逆順に行う 10：簡易化した問題で考える。

これらは数学の専門家にとっても必須であり、実社会での困難な問題を解決するにも重要である。

また、概念的理解を重視し、新概念はまず概念を理解させるところから始め、これに相当の時間を当てている。我が国の教科書は概念を定義してそのまますぐに問につなげているものが多い。概念をもっと丁寧に説明すべきである。概念的理解については必要に応じて本文内で説明していく。

第1章は、ゲームがテーマで、位の数とお金学習する。4捨5入を学び、応用として、お金の計算、それに併せて2位の小数が導入されているところが我が国とは大きく異なる。

2年の3章、12章において、1,000までの数の位の数と数の比較を行ったが、本章では、999,999までの数とお金を扱う。11課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「位の数とお金の概念的理解を構築する。位の数を求める。問題解決手法を発展応用する。位の数とお金を実世界の場面で応用する。」である。1～6課では、位の数を学び、7～11課では、お金を学習する。6課と11課の後にドリルが用意されている。Math Wordsは、位の数、数字、展開表示、標準表示、ピリオド、4捨5入である。

1課は2年3章で学習した位の数を復習しながら、3桁の数の場合を学習する。1,000が10 hundredsであることを説明している。さらに、623が6 hundreds 2 tens 3 onesのほかに62 tens 3 onesと表されることも説明している。

2課は9,999までの数を数え、読み、書くことを目的とする。我が国では、1辺が10個分の立方体で1,000を表しても、これを実際にいくつか用いて4桁の数を表したり、計算に利用することはないが、ここではそれらを用いて4桁の数を表し、展開表示2,000+600+40と標準表示2,640の両方を示している。

3課は100,000までの数の位の数を扱う。我が国では、1万まで終了する内容をさらに教えるが、通常の学習者にとってはこれらの学習は必要ないようにも思われる。2,3課はこれまでの学習をそのまま大きい数にまで拡張したものであり、全単元中、この両課のみ問題解決の第6基準が掲げられていない。

4課は10,000までの数の比較と並べることを学習する。数直線を用いた比較法、同じ位の数字を比較する方法の2種類を説明している。お店で1年間で販売したゲームを調べて、チェスが1,124、ドミノが1,056、チェッカーが1,137というデータを用いた問が出されている。3桁および4桁の数を3つ与えてそれらを順番に並べる問が12問出されている。561と91を比較して、 $9 > 5$ だから、 $91 > 561$ と解答した児童の間違いを指摘させる。論理的推論の問として、5,8,4,9,7,2の内の異なる4つの数字を用いて一番大きい数を作る問題がある。

5課は問題解決のための数学的読み物である。1,2年生の段階で行った問題を解くための4段階(Read:読む、Plan:解き方を考える、Solve:解く、Look Back:確認する)を習得することを目標としている。我が国の教育では、特に最初の二つが重要視されていない。自ら学ぶ力を養成するには、これらの訓練が必要である。

6課は4捨5入の学習である。対象とする桁で、近い方の値に丸めることを説明する。30と40のちょうど真ん中である35を4捨5入して40とする説明も機械的である。10の位、100の位、1,000の位で4捨5入する計算問題が全部で30題出されている。また、10の位、100の位、1,000の位のいずれで4捨5入しても921,000となる一番大きい数を求める問もある。

7課は問題解決手法で、表を作成して解決する。2年8課の学習の発展である。キックボール、ドッジボール、サッカーのうち、好きな種目の欄に書かれた児童の名前を数えて表を作成する。2年次と同じく、5課に示した4段階法で解決する。前項に記した問題解決の10手法が傍らに掲載されている。

8課は紙幣と貨幣を数えて金額を知る。また、学習用の貨幣と紙幣を用いて、買い物をしたときのおつりを計算する。購入品、支払金額、使用した紙幣、おつりの表を作成する。釣り銭を渡すのに、商品におつりの貨幣を加えて、支払った金額まで増やしていき、その金額を確かめるのにお金を受け取った方が、大きい金額の紙幣から、小さい貨幣へと数えて、確認する手法を学習する。

9課は紙幣と貨幣を数えて釣り銭を求める学習である。前課と同様にして釣り銭の支払いと、金額の確認をする。

10課はドル、セントの金額の比較と順序づけである。 $\$7.81$ 、 $\$8.14$ 、 $\$7.94$ を大きい金額順に並べる学習を行う。チェス盤の金額で、高い順に並べなさいという設問になっている。

11課Aはデータを分析して決定する学習である。二人の児童が学校のバザーでのおもちゃやゲームを購入するのに、一人で買えるもの、二人でお金出し合って買えるものを判定させている。Bは、ボールを右手と左手で投げてどちらが遠くまで届くか計測して表にし、利き腕を確認する学習である。

第2章は、“生物の姿”というテーマで、4桁以上の自然数の足し算を学習する。4桁の数の足し算、またそれらの数3個以上の筆算による足し算など我が国では、削除された内容も盛り込まれている。繰り上がり数が2の場合も学習する。また概算も学習する。3課に見られるパターンを用いた足し算は、10進法の1つの根本性質を用いたものであり、我が国でも学習すべきである。方程式につながる問も見られる。

11課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「足し算の性質の概念的理解を構築する。足し算に習熟する。概算と問題解決手法を発展させる」である。1~7課で足し算を学習し、8~11課で足し算を利用する。7, 11課の後にそれぞれ、ドリルが用意されている。章末には、復習、用語の確認問題、発展問題などから構成される練習問題が11頁掲載されている。

Math Wordsは、addend, Commutative Property, Identity Property(0を足しても引いても変わらない性質), Associative Property, pattern, regroup, estimateが記されている。

4つの数の和の導入として、米国に棲息する爬虫類、両棲類、かたつむり、蜘蛛に属す

る絶滅危惧種数を記した表から、絶滅危惧種が全部で何種であるかを計算させている。

1課は足し算の性質を学習する。数直線利用、2倍たす1の方法による復習を、それぞれ $15+2$ と $7+8$ で行う。その後、 $3+5=8$ と $5+3=8$ を用いて交換性質(Commutative Property)を、 $8+0=8$ を用いて恒等性質(Identity Property)を学習する。1桁どうし、2桁と1桁の計算、交換性質や恒等性質の問、表を元にした問、概数などの問が60題ばかり与えられている。 $9+1=1+t$ のtや $4+s=4$ のsを求めさせて、交換性質と恒等性質を理解させている。我が国では、□などを用いて説明するが、アルファベットの変数を用いる方が概念を理解しやすいのではないかと考える。

2課は3つ以上の数の足し算を復習した後、結合性質(Associative Property)を用いた計算を学習する。 $2+7+3$ が交換性質と結合性質から $3+7+2$ になり、 $(3+7)+2$ 、 $10+2$ 、 12 と計算されることを示す。足して10になる数を含まない $6+3+5$ についても、結合性質をどのように使って計算したかを問うている。概念を正しく理解させるにはこのような学習も必要である。

$(3+4)+7=d+(4+7)$ 、 $m+6+2=6+10$ 、 $(5+4)+(2+6)=10+p$ などという問も出されている(最後の2つは難問扱いである)。

3課は10倍、100倍、1000倍した足し算の求め方で、これを数のパターンを用いた計算と名付けている。

$8+5=13$: 8 ones + 5 ones = 13 ones、 $80+50=130$: 8 tens + 5 tens = 13 tens、 $800+500=1,300$: 8 hundreds + 5 hundreds = 13 hundreds という説明を与えて計算させている。

$4+5=a$ 、 $40+50=b$ 、 $400+500=c$ を解答させる問題も与えられる。これらは、概念を理解させる問として我が国でも導入を考えてよい。応用問題として、棒グラフを用いた問題解決の問が与えられている。

4課は繰り上がりのある3位数

の足し算で、ほとんど2年次の復習である。我が国と同様計算タイルを用いて説明している。説明は、我が国の方が丁寧である。10の束をまとめたり、1束を10個に分けることをregroupと名付けている。

5課は、4課をさらに進めた3位数同士の足し算で、答えが1,000を超える場合までを学習する。5課の終わりに練習問題が63題出されている。問題解決の問も出されている。2年次に比べて新たな学習となるのは、答えが1,000を超える場合である。我が国では通常ここまで、復習に時間はかけないし、その必要もないと思う。

6課は四捨五入を用いた4位数の概数と概算の学習である。導入の問は、2年の復習で、3桁の数同士の概算である。4位数、5位数同士、3つの数の場合が新たな内容となっている。問が27問与えられている。

7課は問題解決のための読み物で、新聞記事を用いて概数の概念を応用させる。そして、見出しの概数が妥当であることを確認している。我が国では、ここまで応用に踏み込んだ教科書はない。2年次までと同じく、読む、計画を立てる、解く、見直すの4段階手法を用いる。

Practice Write the number that makes each sentence true.

4. $3+6=z$ $30+60=t$ $300+600=s$	5. $b+7=15$ $p+70=150$ $g+700=1,500$	6. $4+s=8$ $40+h=80$ $400+a=800$
--	--	--

図1 パターン計算

8課は4位数同士の足し算の学習で、同時に検算のための概算もさせる。

9課は問題解決手法の習得で、7課と同様4段階手法を用いる。ネコ、コアラなど4種の動物名とそれらの平均睡眠時間の表を提示し、コアラはハムスターより8時間長く眠ります。コアラは1日何時間眠るでしょうか、と問うている。まず、表の中から必要な情報を選ぶところから、始まる。読解力、分析力が必要で我が国でも取り入れるべき手法と考える。答えが22時間というのも、児童に確認作業を徹底させ、驚きを与える間である。

10課は3個以上の数の足し算で、4位数と2つの2位数を足して、繰り上がりの数が2になる場合を学習する。

11課Aは、データを分析して意志決定する。ペット屋さんで、犬、猫それぞれのえさの種類と量、必要な道具、予防注射料、などのデータを元に、どちらを購入するかを決定させる間で、日常生活での決定に非常に近い問題である。データを正しく理解しているかどうかの確認問題、購入した場合の支払い、日常の支出、などいろいろなケースを問い合わせ、最終的に回答者はどちらを購入したいかを答えさせる。このような学習を通して問題解決能力を高めるのは重要と思うが、我が国ではどの教科で習得させる能力であろう。総合的学習になるのかもしれない。Bでは、ブロックを積み上げてできるだけ高い塔を作る。

10回試みてそれぞ倒れる寸前の塔に用いたブロック数を記入した表を作成させる。

第3章は、“育てよう”というテーマで、自然数の引き算を学習する。足し算と引き算の関係を我が国より詳しく説明している。

10課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「足し算と引き算の逆演算を習得する。引き算を習得する。概算と問題解決手法を発展させる」である。1~5課では、引き算を学び、6~10課で、それを応用する。5課及び最終課の後にドリルが用意されている。そして、章末に練習問題が11頁掲載されている。導入として、5種の果物と、それらの生産量（100万トン）を記した表を提示して与えられた問を解く。

1課は、足し算と引き算の関連を学習する。1年次で導入されたrelated facts：関連式（ $c - a = b$ 、 $c - b = a$ の2式： $a \neq b$ ）、fact family：式の族（ $a + b = c$ 、 $b + a = c$ 、 $c - a = b$ 、 $c - b = a$ ）が改めて提示されている。

「17個ある野菜のうち、8個を収穫しました。収穫していないのはいくつでしょうか」と

Objective: Form conclusions about whether to estimate or find an exact answer.

Problem Solving: Reading for Math Estimate or Exact Answer

About 500 Animals Saved

Read There are 212 dogs at the animal shelter. There are also 199 cats and 98 rabbits. About how many animals are in the shelter? Is the headline reasonable?

READING SKILL Form a Conclusion You form a conclusion when you make a decision. The decision is based on past experience and the information given.

- What do you know? The exact number of animals; the headline says 500 animals
- What do you need? How the actual number compares to the headline

MATH SKILL Estimate or Exact Answer Sometimes you need an exact answer. Sometimes an estimate is enough.

Plan Decide if you need to estimate or find an exact sum.

Solve The headline reads "about 500." This is not an exact number. You can estimate to see if it is reasonable. 212 rounds to 200. 199 rounds to 200. 98 rounds to 100. Add: $200 + 200 + 100 = 500$. There are about 500 animals. The headline is reasonable.

- Is your answer reasonable? Why or why not?

Look Back

図2 新聞記事を用いた概数の学習

いう問に対し、 $8 + n = 17$ という式を考えて解かせている。問に対して作成する式としては、 $17 - 8$ 以外にこのような式があつてもよいはずで、このような考え方を受け入れる教授法も必要と思う。

2位数以下の数を用いて、通常の足し算や引き算と、足し算式または引き算式の3つの数のうちの一つが文字になった式の文字の値を求める問などが80問近く、2頁以上出題されている。

2課は文章を読んだのちの問題解決で、余分な情報を特定する学習である。実生活では、重要なことであるが、我が国ではこのような学習は行われていない。

3課は引き算のパターンで、足し算の場合を扱った2章3課と類似の内容である。

4課は引き算における繰り下がりの学習である。2年13章の復習に1課を費やしている。

5課は、3位数の引き算である。繰り下がりが2回あるものも学習する。計算棒を用いて説明するが、我が國の方が丁寧である。筆算式の数字のいくつかが欠けている虫食い算の初歩の問が提示されている。

6課は、0の数がある繰り下がりを学習する。筆算形式の $203 - 125$ を計算するのに、1位から繰り下がりをしていくのではなく、まず200を1つの100と10個の10に分けて、その後で1位から計算する。上位の数を機械的に分けているようで、 $205 - 103$ の場合にもこの繰り下がり計算をしないかと心配する。実際指導書では9課において、 $3,006 - 1,345$ の計算の説明として、3,000を2,000と1,000に分け、1,000を900と100に分け、さらに100を90と10に分けて計算すると説明している。1位の計算は繰り下がりを用いないから、100を90と10に分ける必要はない。

7課は、4捨5入を用いた4位数の引き算の概算の学習である。

8課は問題解決手法で、問題を読んで式を書くことの習得である。庭の植物の高さが、1つは100cmで、他の一つが78cmであった。高い方は何cm高いか、という問を取り上げて学習する。

9課は4位数同士の繰り下がりのある引き算である。練習問題が50問以上3頁掲載されている。

10課Aは、家庭菜園に植えたい4種の野菜の苗をどのように購入するかという問題である。値段、栽培に必要な間隔を勘案して購入野菜と数量を決定する。Bは、森の大きさが生物の棲息にどのような影響を与えるかを考えるという学習である。狐に見立てた大クリップ5つと、ウサギに見立てた小クリップ20個を小箱に入れて振り、ふたを開けて、大クリップと重なった小クリップを取り除くという作業を、小クリップがすべて取り除かれる

Objective: Identify unimportant or extra information in a problem.

3.2 Problem Solving: Reading for Math Identify Extra Information

Flower Show Opens

Read → What beautiful flowers! One display won a blue ribbon. It had 28 flowers. Seven of the flowers were white roses. How many of the flowers were not white roses?

READING SKILL ▶ **Important and Unimportant Information**
Some facts are important. They help you solve the problem. Other facts are not important. They do not help.

- What do you know? One display won a ribbon. The display has 28 flowers. 7 flowers are white roses.
- What do you need to find? The number of flowers in the display that are not white roses.
- What information is unimportant? One display won a ribbon.

MATH SKILL ▶ **Find Extra Information**
Something that is extra is unnecessary. It does not help you.



図3 余分な情報のある問題文

まで繰り返す。同じことを大箱でも実験して繰り返した回数を調べる。これが森の生態モデルとしてふさわしいかどうかを議論する。

第4章は、“All About You”、“君のすべて”とでもいうテーマで、時間、データ、グラフについて学習する。時間の計算は我が国の方が説明が丁寧である。平面座標の概念が導入される。

11課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「データの収集と解釈及び経過時間を求めることに習熟する。グラフの選択、作成、読み取りに関する理解を構築する。時間、データグラフを実際の場面で応用する。ラインプロットを導入する。問題解決手法を発展させる」である。1～5課で、時間を学習し、6～11課で、データについて学習する。5課と最終課の後にはそれぞれ、章の前半と後半のまとめのドリルが用意される。章末に11頁の練習問題が続く。週末の時間の過ごし方を、スケート、ピアノなど5項目に費やした時間を表にして、それに関する問などを用いて導入する。Math Wordsでは、A.M.、P.M.、bar graphなど10語がそれぞれ文章で説明してある。

1課は、時刻の読み取りの学習である。半時、四半時を復習して、5分単位、分まで読み取る。それらをデジタル表示に直したりする。

2課は、1時間、半時、四半時、分の間の関係を学習する。

3課は、時間の経過を求める学習である。10:45A.M.から12:15P.M.までの時間を求める。2時間後は何時ですかという類の問も出されている。11時30分を示す時計に対し、2時間後を求める問が難問として出されている。

4課はカレンダーと順序数の学習である。週、月、年の関係と順序数を学ぶ。1年が52週であることも教えている。カレンダーを提示して、9月24日から10月11日までは何日ありますか、9月の4番目の日曜日は何日ですかなどを問うている。練習問題が2頁続く。7とびの数の穴埋め、あなたは生まれてから200ヶ月たっていますか、などの問がある。これはわり算を用いずに解かせる問である。正3角形と、その3辺の中点からなる正3角形からなる図形の全辺を一筆書きでなぞる問が出されている。本課とは直接は関係ない推論の問で、難問の印がついている。

5課は、文章を読んでの問題解決である。隠れた情報を見つけるのがテーマである。4段階手法で解いている。“水曜日はLitaの忙しい日です。3:00P.M.から4:15P.M.までピアノを弾きます。次に、宿題を5:30P.M.までします。その後、6:15P.M.まで、サッカーの練習をします。宿題をする時間はどれだけでしょう”という文章題である。読み方として、重要な情報と重要でない情報を見極めることを要求している。そして、直接は書かれていな宿題開始の時刻を求めさせている。算数の問題は、算数に特化されているのが我が国であるが、このような学習は我が国でも取り入れるべきである。同類の問が4問提示されている。本章の復習問題が1頁続く。

6課は問題解決手法の学習で、さかのぼって考える手法を導入している。4時半を指す時計を提示して、“30分間のバイオリン練習が終わったところである。いつからバイオリン練習を始めたか”という内容の問が与えられている。4段階手法を利用して時間をさかのぼりながら、30分前を求めている。引き算は用いていない。文章題が10問出されている。

7課はデータのまとめ方の学習で、タリーとラインプロットを、読み、作成し、比較す

る。タリーは縦線4つと斜線1つで5つ分を表す記号を用いてデータ数を記録する方法である。ラインプロットは、棒グラフの棒の代わりにバッテン記号を上部に重ねていって、その高さでデータ数を表示する方法である。表のデータからタリー図を作成し、それからラインプロットを描く練習をする。

8課はピクトグラフの読み方と作成を学習する。ピクトグラフは、小さな略図記号を並べてデータ数を表示したグラフである。記号1個でデータを、1個、5個、10個分表す。本1冊が10人を表すピクトグラフを用いて図書室で読まれた本を、データを元に月別に表している。

9課は棒グラフの読み方と作成である。タリー表を元に棒グラフを作成している。データ数を計る目盛りとしての線が導入される。

10課は平面座標の導入である。6ブロック四方の地図を用いて導入している。順序対(a,b)を導入している。“音楽室は(5,1)に位置する”、などと使用する。

11課Aは遊園地で9:00A.M.から3:00P.M.までどのアトラクションを見、どの乗り物に乗るかを決める学習である。各アトラクションと乗り物の利用時間の表が与えられ、また乗り物は30分の待ち時間が必要だが、アトラクションは待ち時間がない、という条件で、時間の過ごし方を考える。Bは運動と呼吸数の関係を調べる。走る前と30秒間走った後の呼吸数を3回以上繰り返して計り、それらを表にまとめてわかったことを調べる。

第5章は、“芸術活動”がテーマで、かけ算の概念といいくつかの段のかけ算を学習する。英語では 4×3 は3の4倍であり、日本の場合と逆になっている。本論文では、英語流に表現していく。2の段と5の段のかけ算は2年14課で学習済みである。かけ算を足し算の繰り返しで定義している。概念的理解とは、何故その概念が必要かとか、その概念の根本的性質を知ることである。この場合足し算の繰り返しは繰り返される数と繰り返す回数で求められるということを理解することである。以前は我が国にもこのような定義の教科書があったが、現在の教科書は、かけ算を足し算と別個の演算として導入している。

10課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「かけ算の性質の概念的理解を構築する。5以下の数同士のかけ算を習得する。問題解決手法と代数的思考を発展させる。かけ算を実際の場面で応用する」である。前半部、後半部ともにかけ算を用いた学習である。5課と最終課のあとに本章の復習問題がある。9課のあとにかけ算の計算問題がある。章末に11頁の練習問題がある。ミュージカルの長期公演種目4つの公演回数を表した、1,000を単位とするピクトグラフを提示して、最長公演は何回かを問う問を導入に用いている。ピクトグラフに7つの絵があるので、7,000回ということをかけ算を教える前に答えさせている。

1課はかけ算の意味の復習である。ある数(乗数)のグループがいくつか(被乗数)あると全部でいくつかということを、それぞれに値を入れたいいくつかの例からなる表を作成し、かけ算結果を連結キューブを用いて数えるという作業を行う。2が4グループ、9が4グループ、 6×4 、 9×3 などの練習問題が、40題提示されている。

2課は2年14章で学習した足し算とかけ算の関係の復習である。毎日3時間の練習を1週間続けると何時間練習するか、という問を足し算の繰り返しと、かけ算の両方で求める。練習問題が2頁続く。

3課はarray（ドット図）を用いて繰り上がりのある足し算を学習する。6行4列の図と4行6列の図を用いて $6 \times 4 = 4 \times 6$ を示している。arrayには外枠が描かれていて長方形を意識している。

4課は文章を読んで問題を解く。学芸会で、4チームがダンスをする。各チームは3人で踊る。全部で何人が参加するか、という問を、どの計算を用いるかなどを考えながら、4段階手法で解いている。

5課は2の段と5の段のかけ算である。大部分が2年時の復習である。練習問題が2頁60問ばかり掲載されている。

6課は3の段と4の段のかけ算である。 3×4 を $3 \times 2 + 3 \times 2$ と、4, 8, 12の4とびで計算する2つの方法を説明している。練習問題が2頁55問掲載されている。

7課は問題解決手法の学習で、繰り返し規則を求める。コーラスの1列目は5人、2列目は10人、3列目は15人、4列目は20人というように次々と増えている。7列目は何人いるか、という問を4段階手法で解く。

8課は0と1の性質を学ぶ。1, 0の性質として、1のかたまりがn個（ $n \times 1$ ）はn, 0のかたまりがn個（ $n \times 0$ ）は0を、ともに説明なく述べている。nのかたまりが1個と、nのかたまりが0個については説明がなされている。この辺の説明は我が国の方が丁寧である。

9課は乗数が5以下のかけ算を、表を見ながら復習する。4拍子の楽譜が5小節で何拍あるかという問が導入に用いられている。

10課Aは、放課後5週間にわたって演じるショーを、人形劇、ミュージカル、ダンスの各々の候補に関し、1週間での上演回数、上演時間、出演者数、補助要員などを記したメモを元に、1週間で何時間公演するか、など様々なかけ算を計算する。そして、どのショーを演じたいかを問う。Bは、人数が増えれば、仕事が早く片付くことを学ばせる。床に散らばった50個の連結キューブを箱に片付けるのに、1人から5人の場合について、一定時間でいくつ片付けられるかを実行し、表にまとめる。そして結果が、片付けた個数は人数に比例しているという仮定が成り立つかどうか検証させる。

第6章は、“あちら、こちら、どこでも”がテーマで、かけ算の計算を学習する。我が国のように、段ごとに、九九を覚える学習ではない。かけ算のいろいろな性質を学びながら計算を覚えるようだが、系統立っている学習ではない。

10課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「かけ算の性質の概念的理解を構築する。12までの数のかけ算に習熟する。3つの数のかけ算を導入する。かけ算を実際の場面で用いる。問題解決手法と代数的思考を発展させる」である。1～4課ではかけ算を学習し、5～10課では、それらを応用する。4課と10課の終わりに本章の復習ドリルが、7課の終わりには、練習問題が用意されている。章末に11頁の練習問題がある。導入として、山の道標に10マイルと書かれたコースを年に6回散策すると何マイル歩くでしょうという問が出されている。

1課は平方数の学習で、 1×1 から 10×10 までを学習する。ここで平方数を学習する意義はあまり理解できない。

2課は文章を読んでの問題解決である。大人が8ドル、子供が5ドルというバス旅行の

料金表と、「Li夫妻が演劇部の児童5人を連れて鑑賞旅行に行きます。料金はいくらでしょう」という類の文章を用いて4段階手法で解答する。“隠れた質問”として、”大人、子供の切符が何枚必要か”を文章から読み取らせている。

3課は6の段と8の段の計算である。 6×4 を $(3 \times 4) + (3 \times 4)$ と $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ の2通りで説明する。練習問題が2頁49題掲載されている。

4課は7の段の計算である。 $7 \times 6 = 6 \times 6 + 6$ と $6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6 + 6$ の2通りで説明する。

5課は10の倍数を求める計算である。1個が10人を表すピクトグラフを用いて説明している。 5×10 （10の5倍）=5 tens=50、 $3 \times 10 = 10 + 10 + 10$ 、数直線上での10とび計算の3つの方法で求めている。 12×10 、 32×10 なども練習問題に載っている。

6課は9の段の計算である。 9×7 を $10 \times 7 - 7$ と、9回の7とびの2手法で説明している。最初の方法はかけ算の性質としての学習は理解できるが、9の段の定義のように教えるのには疑問を感じる。

7課は、かけ算表を用いた計算である。日本の九九と異なり、 12×12 までのかけ算が表になっている。表を用いて 5×8 が 8×5 と等しいことを理解させている。練習問題には、 13×2 、 16×2 などの自分で考えて解答させる問が出されている。

8課は問題解決手法を用いた組み合わせの解法である。“自転車を購入するのに、色は赤か黄、型はマウンテンか競技用、ギアは3段か10段という条件で選ぶと何種類の自転車から選ぶことになりますか”、という問が出されている。4段階手法で解くが、表を作成して8種類であることを知る。自力学習にはこのような指導が必要と考える。

9課は3つの数のかけ算である。6台のミニバスで旅行に出かける。バスは、5列で、各列は4席ある。全部で何人乗れるかという問が出されている。図に書いて解くのと、1台に、 5×4 人、それにバスの台数6をかけて120人と解く2通りの方法で解く。

$2 \times 9 \times 5$ を、結合性質と、交換性質を用いて、 9×10 に直して、暗算で解く方法を紹介している。練習問題が50題ばかり、2頁以上掲載されている。

10課Aでは旅行プランを立てる。1週間の旅行をするのに、選択として、乗り物は、飛行機、バス、列車のどれか、行き先候補は全部で5つ、ホテルのクラスは3種類が表になって示されている。それらを元に、最上級ホテルに宿泊するとして、何種類の旅行計画が

Objective: Make an organized list to solve a problem.

6.8 Problem Solving: Strategy Make an Organized List

Read → Read the problem carefully.
Nora is going to buy a bike on sale at All-Trail Bike Store. She can choose a mountain bike or a racing bike; a red bike or a green bike; a 3-speed or a 10-speed. How many different colors and types of bikes does Nora have to choose from?

- What do you know? Her choices are red or green bike, 3-speed or 10-speed, mountain or racing bike.
- What do you need How many bikes she has to choose from?

Plan → You can make an organized list of all the different bikes that are possible. Then you can count the number of bikes in your list to answer the question.

Solve → List the possible bikes. Then count the number of choices.

1. mountain, red, 3-speed	5. racing, red, 3-speed
2. mountain, red, 10-speed	6. racing, red, 10-speed
3. mountain, green, 3-speed	7. racing, green, 3-speed
4. mountain, green, 10-speed	8. racing, green, 10-speed

Nora has 8 different bikes to choose from.

Look Back → How could you solve this problem in a different way?

図4 問題解決手法（表やリストを作る）

立てられるか、などいくつかの問が用意されている。Bは、小麦粉と水を混ぜて糊を作るのに、小麦粉をスプーン1杯、2杯、3杯の各々の場合を記録させてどれが一番よい糊になるかを実験させる。

第7章は、“大気圏の外”がテーマで、わり算の概念を学んだ後、商と除数が10以下のわり算を学習する。“お菓子を人数に分ける”というような導入でなく、“カウンタ（我が国のタイル代わりの円板状の補助用具）を何等分または何個ずつに分ける”という抽象的な導入である点が我が国と異なるがそれ以上の差は感じない。

11課から成り、13～15回分の学習単元である。章の目標は「かけ算とわり算の逆関係の概念的理解を構築する。除数が5までのわり算を習熟する。実際の場面でわり算を応用する。問題解決手法と代数的思考を発展させる」である。1～6課では、わり算を学習し、7～11課でわり算を応用する。6課と11課の終わりに本章の復習のドリルがある。また、10章末にわり算の計算問題がある。章末に11頁の練習問題がある。導入として、アラバマ州とカリフォルニア州での計6カ所の宇宙訓練基地でのカウンセラー員数と訓練員数の表を見て、それぞれ一人のカウンセラーが何人の訓練生を担当しているかを答えさせている。

1課はわり算の意味を理解する学習である。わり算を、“いくつのグループがあるか（包含除）、または一つのグループにいくつあるか（等分除）を求める2つの数を用いた計算”、と定義して、2種のわり算を続けて学習させている。カウンタを15個用意し $15 \div 3$ を計算しましょうという導入になっている。15個のカウンタを等しい3つのグループに分けましょうという等分除の問があって、次の問では、18を6つずつに分けるとどうなりますか、という包含除の計算になっている。我が国では、どちらか一方から導入して、それを理解した後、他方を説明している。一つを理解した後、他方を導入するのがよいと考える。16枚のカウンターを二人に等分できるか、3人、4人の場合はどうかという問が出されている。割り切れない、あまりが出るのは、わり算の本質的な性質である。早い内にその事実を確認させるのは重要なことと考える。

2課はわり算を引き算の繰り返しで説明している。我が国では、これは包含除の説明に用いることが多いが、ここでは、それとは関連づけず、形式的に計算して求めている。

3課はかけ算とわり算の関係を学習する。 $24 \div 3$ を求めるのに、 3×8 （我が国では 8×3 ）を用いればよいことを学習する。「南極大陸で科学者が1週間で24個の隕石を拾った。これを3つの箱に等しく分けて詰めた。一つの箱にはいくつの隕石が詰められたか」という問であり、他教科の内容にも踏み込んでいる。

4課は文章を読んでの問題解決である。粘土のかたまり18個を用いて惑星9個を作成し

図5 わり算の説明

たい。どの惑星にも同じ個数の粘土を使うとしたら1つの惑星にはいくつ使うかという問を4段階手法で解く。どの計算を使うかという問も出されている。

5課は2で割る計算である。“月の引力の影響で、満潮と干潮が1日2回起きる。満潮が14回起きるには何日かかるか”、という問が出されている。数直線上を0から14まで2とびで数える方法と、 $n \times 2 = 14$ 、 $7 \times 2 = 14$ 、 $14 \div 2 = 7$ で解く方法を記す。

6課は5で割るわり算である。我が国では除数別でのわり算の教え方はしていない。 $h + 5 = 20$ 、 $4 \times r = 16$ 、 $(6 + b) \div 5 = 2$ などの問題が提示されている。いろいろな思考能力を身につけるために、我が国でも取り入れてよいと思う。

7課は問題解決手法の学習である。問題文には木星の衛星数が記されておらず、それは図の説明に書かれていること、直接4人とは書かれず、“Enzoと友達3人”と書かれている点など読解力と分析力の向上を図っている。

8課は3で割る計算を学習する。

9課は4で割る計算である。クラス20人で惑星のレポートを書くのに、どの星をテーマとしたかが土星のマーク1つが4人を表すピクトグラフで示されていて、火星には2つ、金星には1つ書かれている。最後に残った冥王星にはいくつのマークを入れればよいかという問が出されている。やや複雑な問であるが、児童の動機を上手に高めている。

10課は0と1を使ったわり算である。 $4 \div 4$ 、 $0 \div 4$ を計算し、 $4 \div 0$ が計算できないことも取り上げている。0以外の数の場合、その数で割った場合、商は1であることを説明した後、 $327 \div 327$ を求めさせている。このような問は、知的好奇心を高め、論理的思考を養うのに重要である。

11課Aは、宇宙訓練の最終段階での、長期滞在（9日）と短期滞在（2日）に関し、実験数、乗員数、及び食料、飲料水、酸素の一人1日あたりの供給量が表で与えられ、関連した質問が出される。最後にあなたは長期と短期どちらを希望しますか、それはなぜですかという問が出される。長期の方が食料等の供給が厳しくなっている。Bは数字を一度に何文字覚えられるかの実験である。15個の数字列を正しく暗記できたかどうかを調べる。

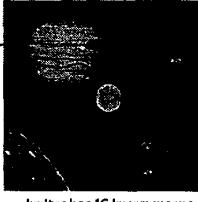
第8章は、“私たちの地球”というテーマで、わり算について学ぶ。かけ算の逆演算、引き算の繰り返しの2手法を中心に学習する。

8課から成り、11~13回分の学習内容である。章の目標は「かけ算とわり算の逆関係の概念的理解を構築する。除数が12までのわり算を習熟する。実際の場面でわり算を応用する。問題解決手法と代数的思考を発展させる」である。1~3課では、9までのわり算を学習し、4~8課で、10~12のわり算と応用を学習する。3課と8課の終わりに本章の復習のドリルがある。7課の終わりにわり算の計算問題がある。章末に11頁の練習問題がある。導入として、シャワーを浴びる、食器洗い機を使う、手でお皿を洗うの各々の水の使

Objective: Choose a strategy to solve a problem.

7.7 Problem Solving: Strategy

Choose a Strategy



Read

Enzo and 3 other students are studying the moons of Jupiter. If each student studies the same number of moons, how many moons does each person study?

- What do you know? 4 students are studying moons.
- What do you need to find? how many moons each is studying

Jupiter has 16 known moons.

図6 問題解決手法の学習

用量が示されて、“食器洗い機で水を出来るだけ使わなかった場合の水の使用量は、歯磨きで水を一杯使った場合のおよそ5倍です。歯磨きで使う水の量をわり算で求めましょう”という問が出されている。読解力とデータ分析力が問われている。

1課は6と7によるわり算である。 $24 \div 6$ を計算するのに、前章までと同じくかけ算の逆演算を用いて求める方法の外に、既習の3で割った結果を更に2で割る方法、6つずつ引いていくて求める方法の3つを紹介している。 $42 \div 7$ を求める場合には、6の場合の2番目の手法が使えないでの、代わりに7つとびで数える方法と、他の2つの方法で教えている。結局6と7で4通りの方法を教えるわけで、混乱しないか心配である。2頁54問の問が続く。表を用いたもの、文章題などが含まれる。

2課は文章を読んでの問題解決である。4段階手法で解くやや複雑な問である。我が国の文章問題は、問題提示だけで、解き方や問題分析を説明したものは少ない。読解力向上が叫ばれているが、算数科の文章問題にも改善が必要である。

3課は8と9によるわり算である。 $16 \div 8$ と $27 \div 9$ を、1課の $42 \div 7$ で用いた3手法で説明している。1課と同様に52問の練習問題が続く。

4課は問題解決手法の学習で、ツルカメ算を“見当を付けて、調べる”手法で解く。ライオンと鳥が合わせて、9匹、足が全部で26本の時、それぞれ何匹ずついるかという問である。「鳥が6羽でライオンが3頭と予想すると足の数が24本でまだ足りない。鳥5羽、ライオン4頭とすると間に合致する」という論法を用いている。我が国では、このようなまぐれ当たりに近い手法は敬遠されがちであるが、とりあえず計算するというのは重要なヒントを与えることが多いので、このような手法も利用すべきであろう。

5課は10によるわり算である。我が国では、これは、10倍、100倍の学習時に一緒に習得する。12進法の名残がある英米では、11、12で割る計算も教える必要があるためここで学習する。計算棒を使って説明しているがあまり詳しくない。

6課は 0×0 から 12×12 までのかけ算表を用いたわり算の学習である。かけ算の逆計算であることを利用して主に、11、12で割る計算を、表を見ながら求める。

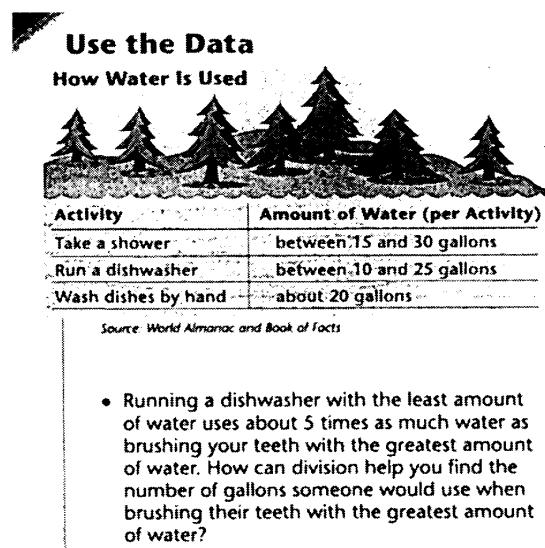


図7 わり算導入問題

Objective: Make inferences to solve problems.

8-2 Problem Solving: Reading for Math

Solve Multistep Problems

Cans for Cash

Read

Jamie raises \$9.00 recycling cans. He raises twice as much recycling bottles. He plans to split the money equally among 3 groups. How much will each group receive?

READING SKILL

Make an inference
You make inferences based on things you know or that are hinted at. Sometimes, there is a "hidden question" that you have to infer.

- What do you know?
- What do you need to find?
- What can you infer?

MATH SKILL

Solve Multistep Problems
Some problems take more than one step to solve. You must decide how to solve each step and in what order.

Plan

Multiply to find the amount raised recycling bottles. Add to find the total amount raised. Divide to find the amount each group will receive.

Solve

$2 \times 9 = 18$ $9 + 18 = 27$ $27 \div 3 = 9$
Jamie will give each group \$9.00.

Look Back

Is your answer reasonable?

図8 読解力が問われる問

7 課は値の族 ($a \times b = c$ を満たす値 a, b, c) を用いて $a \times b = c$ 、 $c \div a = b$ 、 $b \times a = c$ 、 $c \div b = a$ の関係を理解し、それらの値の一つが未知である場合を計算する。表を用いたもの、文章題などを含む問が 2 頁 77 問出題されている。

8 課 A では、環境保護クラブの 3 つの活動が書かれた説明メモがあり、活動拠出負担金額、活動時間、活動内容、活動日などが記されている。それらの内容を理解し、いくつかの計算をしてどの活動を選ぶか決定する。B では、犬などが 4 足で走ることを参考に、人が 4 足（2 足と 2 手）で走ると速度はどうなるかを計測する。4 足以外にしっぽでも物を掴めるオナガザルが木登りが得意である理由も考えさせる。

第 9 章は、“収集品”というテーマで、2 桁以上の数と一桁の数のかけ算を学ぶ。2 課では同じパターンの問題を解くが、かけ算の一つの性質を知るものであり、児童にも興味を持たせるものである。未知数の概念を多く取り入れている。概算も説明する。

9 課から成り、11~13 回分の学習内容である。章の目標は「2 桁以上の数のかけ算を導入する。2 桁以上の数のかけ算の概念的理解を構築する。2 桁以上の数を掛ける計算を実生活で応用する。概算と問題解決手法を発展させる。代数的思考を発展させる」である。

1~6 課で 2 桁以上のかけ算を学び、7~9 課で応用する。6 課と 9 課の終わりに本章で学習した部分のドリルがある。章末に 11 頁の練習問題がある。導入として、大リーグ選手のカードの取引価格を利用して、ある選手のカードを 5 枚持っているといくらの価値があるかを計算させる。

1 課は 10 の倍数の 2 位数に掛ける計算を学習する。 4×30 (30 の 4 倍) を、10 個分の長さの棒 3 つの 4 倍を用いて求める。我が国と同様の指導法である。30 にいくつを掛けたら 90 になりますか、という問も用意されている。このような先の学習に少し触れる教材も重要と考える。

2 課はかけ算のパターンを学習する。 4×100 (100 の 4 倍) を計算するのに、 4×1 、 4×10 、 4×100 の 3 つを計算させて思考させている。 $4 \times 5 = n$ 、 $4 \times m = 200$ 、 $p \times 500 = 2,000$ 、 $4 \times 5,000 = q$ の 4 つの問題を解かせている。このような問は我が国でも導入すべきである。

3 課は 2 位数の 1 位数倍を調べる。 3×14 を求めるのに、14 を表すブロックのあつまりを 3 つ用意して、計算方法を考えさせ、説明している。我が国と変わらない手法である。

4 課は、3 課に続いて 2 位数の 1 位数倍を学習する。88 セントの 4 倍という計算もあり、小数のかけ算の導入にもなっている。練習問題が 2 頁以上 67 題出されている。

5 課はかけ算の概算を学習する。 9×42 を計算するのに、 9×40 で概算する方法を学ぶ。実用を重視する学習である。 $8 \times 7,040$ の概算が間に掲げられている。

6 課は文章を読んでの問題解決である。正確な計算と概算のどちらを用いるかを考えさせる。“Matt は 1 セント硬貨を集めています。おじさんが 1 セント硬貨を 6 袋くれました。一袋には 24 枚入っています。Matt のおじさんは硬貨を 100 枚以上くれたでしょうか”、という文を読み、正確な計算が必要か、概算でよいかを考えながら、4 段階手法で解を求める。

7 課は問題解決の手法で、表からピクトグラフを作成する学習である。収集家 12 人を 1 単位としたグラフを作成するが、66 人や 42 人という 12 で割ると 0.5 になるものもあり、ど

のように指導するのか、興味ある。

8課は3位数、4位数の1位数倍を求める。3位数の場合をタイルで説明するが、4位数については説明がないまま出題されている。我が国の方が理論的に丁寧に説明している。

9課Aは、25ドルで、コミック本を如何に買うかという問題である。1番目のシリーズは、1冊1.25ドル、3冊3.25ドル、2番目は5冊が1バッグ、2バッグが1パッケージとなっていて、パッケージ価格が15.50ドルであり、3番目は1冊が1.55ドル、6冊で5冊価格、9冊で8冊価格である。“1冊だけを買えないのは、2番目の1パッケージの冊数は、3番目を9冊買うと金額は”、等の質問の後、“どのコミックを買いたいか、その理由は”という質問が続く。Bでは、健康のため、1週間に食べる果物と野菜の品数を計算させる。1日に食べる果物と野菜の数の和を求め、それを7倍して一週間で食べる総数を計算する。

第10章は“一緒にやろう”というテーマで、1位数によるわり算を学習する。余りが切り上げになる問と、切り捨てになる問がいくつも提示されている。これらは思考力を高める問であり、我が国でも多く取り入れるべきである。

10課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「1位数によるわり算を導入する。1位数によるわり算の概念的理解を構築する。1位数によるわり算を実生活で応用する。概算と問題解決手法を発展させる。代数的思考を発展させる」である。

1～5課でわり算を学習し、6～10課でそれを応用する。5課と10課の終わりに本章で学習した部分のドリルが用意されている。章末に11頁の練習問題がある。導入として、表を元に5人を単位としたピクトグラフを作成した場合の大きさを答えさせる。Math Wordとして商、被除数、概算、除数、単価、余り、単位当たり（per）を導入する。

1課は被除数が10の倍数の場合を学習する。 $80 \div 4$ を長さ10の計算棒8本を4等分して理解させる。 $250 \div 5$ も同様に計算棒25本を用いて説明する。すなわち10を一束として九九を用いた計算である。

2課はわり算のパターンを学習する。 $3 \div 3$ 、 $30 \div 3$ 、 $300 \div 3$ の3つを取り上げ、3個の1、3個の10、3個の100、をそれぞれ3で割る計算であることを理解させる。“ $4 \div 2 = n$ ”、“ $40 \div 2 = t$ ”、“ $400 \div 2 = p$ ”や“ $30 \div 6 = y$ ”、“ $s \div 6 = 50$ ”などが出題されて概念が正しく深く理解できるように工夫されている。このような問は我が国にも導入したい。

3課は答えが2位数になる2位数÷1位数の学習である。計算棒を用いて、我が国と同様の方法で学習する。

4課は3課の延長で、あまりがある場合を学習する。展開が我が国より早い感じがする。

5課は文章を読んで、4段階手法で解を求める問題解決である。あまりの解釈を学習する。52人のボランティアが、町の古い建物の修理に出かける。乗客6人のパンで行くには、何台のパンが必要かという問が文章になっている。1缶5ドルのペンキは36ドルでいくつ買えるかというあまりを切り捨てる問も用意されている。

6課は、商を予測するわり算の概算である。 $175 \div 4$ を求めるのに、4の倍数である160と200を用いて、 $160 \div 4$ 、 $200 \div 4$ のどちらが概算としてふさわしいかを考えさせる。常にこのような思考ができる習慣を習得させるのも大事である。今日の問題として、“ $55 \times 3 = 165$ ”、“ $555 \times 3 = 1,665$ ”、“ $5,555 \times 3 = 16,665$ ”です。 $55,555 \times 3$ はいくつです

か”という内容の問が与えられている。このような論理的思考を重視する問も重要であると考える。

7課は3位数÷1位数の学習である。 $557 \div 4$ の筆算を我が国と同様に説明している。最初からあまりのある計算を説明する。練習問題が2頁53題掲載されている。

8課は問題解決手法の学習で、手法を選択させる。72インチの長さの板から9インチの板が何枚とれるかという問を解くのに、図を書く、式を書くという二手法で解答させる。

9課は商に数字0が現れる計算である。 $429 \div 4$ を用いて説明している。

10課Aは、25人でピクニックに行くのに一覧表に記した品物を購入する方法を考える。8皿1.39ドルの紙皿、50カップ2.29ドルの紙コップ、20カップ1.79ドルの紙コップ、2ポンド4.58ドルの牛肉などから選択する。Bは、3種の紙飛行機を作成し、飛んだ距離等を調べる。

Example
Find $4 \overline{) 429}$ to solve the problem.

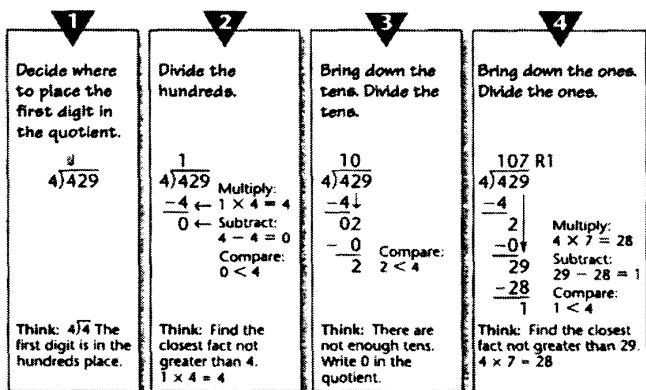


図9 商に0があるあまりのあるわり算

第11章は、“スポーツとフィットネス”というテーマで、測定値を学習する。日常生活でのいくつかの値を学習して概念を理解する。単位が10進法でないからか、学習時間数が我が国より多い。

12課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「日常での測定値、メートル法の測定値の概念的理解を構築する。測定値の予想の習得を目指す。問題解決手法を発展させる。測定値を実際の場面で応用する」である。

1~5課で測定値を学習し、6~12課でそれを応用する。5課と12課の終わりに本章で学習した部分のドリルが用意されている。章末に11頁の練習問題がある。導入として、バーボール、バスケットボール、サッカー、ポロなどの競技場の長さを棒グラフで表した図を用いて、長さを比較させる。

1課は日常使う長さを学習する。ヤード、フィート、インチの相互関係を理解して、机の幅などを、予想値と物差しや巻き尺で測った値を記録する。

2課は日常使う容量を学習する。カップ、パイント、クオート、ガロンの相互関係を理解して、牛乳瓶、ジュースボトル、カップなどを、ほぼどの1単位分かを予想させる。また、示されたものの容量の値の単位がカップか、クオートかガロンかを答えさせる。日常の容量の単位を考えさせるのは重要である。湯船の容量を50ガロン、50クオート、50パインントから選ばせる問もある。

3課は日常使う重量を学習する。オンス、ポンドの相互関係を理解して、ピンポン球、バーボール球がそれぞれ、ほぼ1オンス、1ポンドであることを理解する。バットが3ポンドと、3オンスのどちらに近い重さかを答えさせる。2年時の学習に比べてさまざまなもの重量を予想させるが、特に内容が深くなっているとも感じられない。

4課は日常の単位の変換である。野球のピッチャープレートの幅12インチをフィートに

直せばどれだけか、ボーリングのピンは1辺の長さが3フィートの正三角形に配置されているが、それは、何インチか、コーチが、スポーツドリンク12クオートを運んできたが、それは何ガロンかなど、日常に現れる量の単位を変換させている。

5課は文章を読んでの問題解決である。“フィットネスクラブの幅跳びで、2フィート跳んだ子が、19インチ跳んだ子と、26インチ跳んだ子よりも大きく跳んだと主張したがそれは正しいか”という問を4段階手法で解く。

6, 7, 8課はメートル法の学習で、それぞれ、メートル、デシメートル、センチメートルを用いて1課と同様の学習、リットルとミリリットルを用いて2課と同様の学習、グラムとキログラムを用いて3課と同様の学習をする。

9課は、6～8課で学んだメートル法での単位変換である。メートルをセンチメートルに換算する事などを学習する。

10課は問題解決手法の学習で3ガロンと5ガロンのボトルを使って4ガロンの水を汲む手法を考えさせる。

11課は温度の単位の学習で、摂氏と華氏の違いを学ぶ。冬の寒い日の温度は、摂氏20度か、華氏20度かという類の問が用意されている。

12課Aは、パンフレットに書かれた天気、気温、費用、食事等の項目を検討して来年の家族旅行を、夏の海辺、秋のキャンプ地、冬のスキーのどれかに決定する。Bは、太さの違う3種のゴムバンドと同じ長さに切り、弾いて出る音の高さがどう違うかを実験する。

第12章は“お家”というテーマで、図形を学習する。三角形、四角形が主である我が国の教科書に比べると、正五角形、正八角形、楕円、立体図形など多くの図形が導入される。種々の図形に関心を持たせるのは重要である。相似、対称の概念を3年で教える。面積、体積も導入する。

15課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「合同な図形、相似な図形、図形の対称がわかる。面積、周長、体積の概念的理解を構築する。平面図形と立体図形の分別を習得する。幾何を実際の場面で応用する。問題解決手法を発展させる」である。

1～7課で図形を学習し、8～15課で応用する。7課と15課の終わりに本章で学習した部分のドリルが用意されている。章末に11頁の練習問題がある。導入として、建物の写真を見て、そこに見える図形を答えさせる。

1課は立体図形を学ぶ。様々な立体図形及び用語を、図と言葉で説明する。直方体、円柱、立方体、円錐、四角錐、球、底面、頂点、面、辺、展開図、曲辺、曲面を導入する。

2課は平面図形を復習する。種々の正方形、長方形、三角形、円の図を見て、それらを確認する。三角形、長方形、正方形の辺数と角数を確認する。

3課は線、線分、半直線、角を学習する。無限に伸びる直線を表すのに、端に矢印を付けています。線分の場合は端を黒丸にしています。このような直線の表現は我が国では、座標軸の場合に用いる程度である。小学校の段階で用いるのも考えてみる必要がある。また、直角、交差する2直線、平行な2直線、直径、半径を学習する。直角より小さい角や大きい角、3本の平行線とそれらに直交する直線の図を与えて、直線数、角数を答えさせる問など我が国には用いられてない問がある。

4課は多角形の学習である。開いた図形、閉じた図形、五角形、六角形、八角形を学ぶ。

閉じた曲がりくねった曲線や半円なども利用して理解させている。

5課は三角形を学習する。正三角形、不等辺三角形、二等辺三角形、鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形をそれぞれ、定義の文章と図で説明する。

6課は四角形を学ぶ。正方形、長方形、平行四辺形、菱形、台形を定義の文章と図で説明する。

7課は文章を読んでの問題解決である。長方形を2つ合併したL型の図形の4辺の長さが与えられた場合の残りの2辺の長さを、図を見ながら求めさせる。4段階手法で求めるが、我が国でも良く出題される問である。ベッドルームの見取り図という設定が我が国とは大きく異なる。

8課は合同と相似の概念を導入し、理解させる。合同は相似の特殊な場合であることを理解させる。三角形ではなく、四角形で一度に合同と相似を学習する。長方形、正方形、正三角形、円の場合を学習する。我が国との指導法の典型的な違いが現れている。我が国では合同な三角形を4年次に学習するが、縮尺や相似は削除されている。

9課はユークリッド変換の基本を学習する。平行移動、折り返し、回転及びテセレーション（合同图形での敷き詰め）を学ぶ。さらにそれぞれの繰り返しも学ぶ。平行移動の向き、折り返しの軸、回転の中心を導入して説明する。台形や正五角形の图形も用いる。早期にこの様に概念を多く説明するという教育は我が国では行われていない。発展応用まで結びつかないと意味がないという考え方もある。一方、早い時期に様々な概念を取り入れて知的好奇心を高めるという考え方もある。学習者の能力によって受け入れられるかどうかで決まるのかも知れない。

10課は線対称を学習する。正方形の折り紙を一回折って長方形を作り、はさみで線対称な木を切り取る。星形、正六角形、平行四辺形、長方形などが線対称かどうかを確認する。

11課は問題解決手法の学習で、パターンを求める。赤丸、緑丸、黄正三角形、赤丸、緑

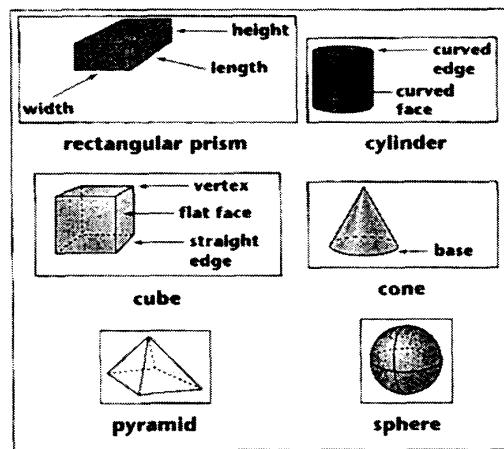
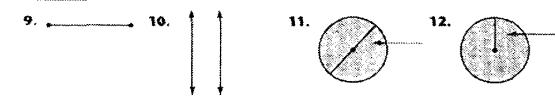


図10 立体図形

Practice Identify each figure.



Decide whether the angle is less than, equal to, or greater than a right angle.



図11 線分、直線、直径、半径、直角

Objective: Use illustrations or diagrams to solve problems.

Problem Solving: Reading for Math

Use a Diagram

Students Design Rooms

Read Kito made a diagram of his bedroom, but he forgot to label two sides of this room. What labels are missing?

READING SKILL Use an Illustration An illustration provides information to solve problems.

- What do you know? Length of four walls
- What do you need to find? What labels are missing

MATH SKILL Use a Diagram A diagram is an illustration that shows how parts join to form a whole. The labels further identify the parts.

図12 長さが未知の辺がある図形

早期にこの様に概念を多く説明するという教育は我が国では行われていない。発展応用まで結びつかないと意味がないという考え方もある。一方、早い時期に様々な概念を取り入れて知的好奇心を高めるという考え方もある。学習者の能力によって受け入れられるかどうかで決まるのかも知れない。

10課は線対称を学習する。正方形の折り紙を一回折って長方形を作り、はさみで線対称な木を切り取る。星形、正六角形、平行四辺形、長方形などが線対称かどうかを確認する。

11課は問題解決手法の学習で、パターンを求める。赤丸、緑丸、黄正三角形、赤丸、緑

丸、黄正三角形と繰り返した後の2つの図形を、4段階手法で決定する。

12課は周長を求める。複雑な形の多角形もあるが、各辺の長さをそのまま加えれば全長が求まる。

13課は面積の学習で、8行5列のタイル板にタイルがいくつあるかを計算する。いくつかの正方形や長方形が組み合わさった図形の面積を求めるのに、方眼紙の目を数える。

14課は体積の学習で、幅4、奥行き3、高さ1に積んだ単位立方体がいくつあるか数えさせている。次に高さが2や3のものなどで、求めさせている。

15課Aは、方眼紙に描かれたベッドルームの見取り図を用いて、ベッド、本棚、テーブル、机、ドレッサーをどのように配置するかを決める。Bは、紙に星座を描きそれを相手に寸法と幾何の用語を用いて説明して同じものを描かせる。できあがったものを5段階で評価する。子供が夢中になりそうな内容だが、算数とは直接の関係は余り考えられない。

第13章は、“頂きます”というテーマで、分数と確率を学習する。2年11章と同じ章題である。1, 2課は復習である。確率の導入と、分数を確率に応用するのは我が国でも取り入れてよいだろう。我が国の4年生で学習する事項が多い。

16課から成り、13~15回分の学習内容である。章の目標は「分数、帯分数、大きさが同じ分数の概念的理解を構築する。分数の和と差を導入する。代数的思考を発展させる。問題解決手法を発展させる」である。

1~8課で分数を学習し、9~16課で応用する。8課と16課の終わりに本章で学習した部分のドリルが用意されている。章末に11頁の練習問題がある。導入として、分数で使用量が記述された4人分のピザパイのレシピを見ながら、2人分はどのように作ればよいかなどの質問をしている。

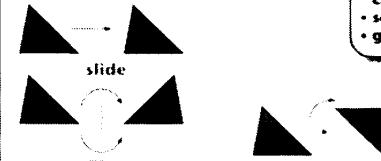
1課は全体の部分を学習する。用語として、分数、分子、分母を導入する。5切れに等しく分けたキャロットケーキの4切れにココナッツ粉がかかっている図を提示して、どれ

図13 相似と合同

Work Together

▶ Explore different ways to slide, flip, and turn the triangle outline.

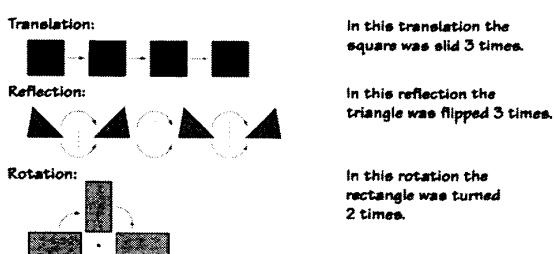
Trace the triangle shape. Then move it by sliding, flipping, or turning it. Trace the shape after each move.



You Will Need
• shaded
cardboard
• scissors
• graph paper

Write the directions for how to move the shapes to make your design.

図14 回転、平行移動、折り返し



In this translation the square was slid 3 times.
In this reflection the triangle was flipped 3 times.
In this rotation the rectangle was turned 2 times.

Translation:

Reflection:

Rotation:

図15 種々の図形の回転、平行移動、折り返し

だけのケーキにココナッツ粉がかかっていますか、という問が出されている。等分された図と不等分の図を示して分数で表されているものを選ぶ学習をする。

2課は大きさが同じ分数を学習する。2分の1が4分の1の2つ分であることを分数帯という補助具を用いて説明する。長方形で表した分数と考えてよい。全体を示さずに分数だけで説明している。

3課は分数の大小である。 $\frac{1}{4}$ と $\frac{3}{4}$ を、分数帯を用いた比較法と、数直線上を用いた比較法で説明している。 $\frac{5}{6}$ と $\frac{3}{4}$ を比較するが丁寧な説明ではない。練習問題が2頁分掲載されている。

4課は全体の部分を表す分数を学習する。6個のクッキーの内5つが茶色で一つが白のとき、全体の6分の1が白であると説明している。

5課は全体の部分を求める学習である。12の4分の1を求める。12を4つの等しいグループに分けることにより、12の4分の1が3であることを知る。

6課は、5課の発展である。18の3分の2を、2通りの方法で求める。18を3つの等しいグループに分け、その2つ分が12であることと、 $18 \div 3 = 6$ 、 $6 \times 2 = 12$ の2式から求める。12の6分の5は求めるが、それが $12 \times \frac{5}{6}$ であることはここでは説明しない。

7課は文章を読んでの問題解決である。“クッキーを12枚焼きました。その $\frac{3}{4}$ にレーズンを混ぜました。レーズンの入っているクッキーは全部で何枚でしょう”という問を4段階手法で解く。

8課は帯分数を学習する。 $1\frac{1}{2}$ カップの牛乳を利用して帯分数の意味、表し方、読み方を学習する。

9、10課は分母の等しい分数の足し算を学ぶ。 $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ が $\frac{3}{3}$ すなわち1であることを分数帯を用いて確認する。次に分母の等しい2つの分数を加える。値が1を超えるものも学習する。 $\frac{3}{12} + \frac{5}{12}$ の答え $\frac{8}{12}$ が $\frac{2}{3}$ に等しいことを、分数帯と筆算の両方で示す。既約分数を定義する。

11、12課は分母の等しい分数の引き算を学ぶ。足し算と同様に、分母の等しい引き算を分数帯を用いて学習し、次に約分の必要な場合を学ぶ。我が国では分数の導入は4年生であり、分数の計算は5年生である。もっと早い時期に学習すべきであろう。

13課は確率の学習である。“よくおきる、たまにおきる、確実におきる、絶対おきない”的4つの場合を説明する。

14課は発生する事象について学習する。発生する可能性のある事象の概念(possible outcomes)を習得する。このような抽象的概念も、児童が興味を持って受け入れるものと考える。我が国でも教授すべきである。“オセロの駒を投げた場合に表になる場合の起

Objective: Read and write fractions for parts of regions.

13-1 Parts of a Whole

Learn

Louisa baked this carrot cake. She cut it into five equal parts. How much of the cake has coconut icing?

Math Words

- fraction** a number that names part of a whole or group
- numerator** the number above the bar in a fraction; it tells the number of equal parts
- denominator** the number below the bar in a fraction; tells the number of equal parts in all

Example

You can use a **fraction** to describe the part that has coconut icing.

Write the **numerator** and the **denominator** to show the correct fraction.

parts with coconut icing → $\frac{4}{5}$ ← **numerator**
total number of parts → $\frac{5}{5}$ ← **denominator**

Four fifths of the cake has coconut icing.

More Examples

A There are 4 unequal parts. You cannot write a fraction.

B There are 12 equal parts. $\frac{5}{12}$ is shaded.

図16 分数

きうる事象は、白または黒の面”という類の問を与えてる。白になる確率は2回のうちの1回で、半々の可能性であることと、この確率を分数で、 $\frac{1}{2}$ と表せることを説明している。そして、20回試行して結果を表にさせている。

15課は問題解決手法の学習である。“バッグの中に、ある野菜のカードが5枚と別の野菜のカードが1枚入っている。どの野菜のカードが何枚入っているかを調べなさい”という問が与えられている。作業としては、バッグの中のカードを1枚だけ取り出して調べ、またバッグに戻して1枚だけ取り出すということを繰り返す。50回試行した結果をまとめたら、ブロッコリーが42回、ニンジンが8回取り出された。この結果を基に推論するということを4段階手法で行う。確率の概念を理解させるのに優れている手法と考える。

16課Aはパーティの食料を調達するのに、材料の値段表と、そろえる量のリストを元に、どれだけのお金がかかるなどを計算させる。Bは、バスケット、野球、バレーの各ボールを1メートルの高さから落とした場合の跳ね返りの高さを測って調べ、比較する。

14章は“発明と発見”がテーマで、分数と小数を関連づける。小数は我が国では、4年生で小数1位の場合を学習する。ここでは、小数2位の場合も学習し、それらの比較、足し算も学習する。ゆとり教育の我が国とは大きく異なる。

11課から成り、13～15回分の学習内容である。章の目標は「小数の足し算と引き算を導入する。分数と小数の関係の概念的理解を構築する。問題解決手法と代数的思考を発展させる。小数を実生活に応用する。」である。

1～5課で小数を学習し、6～11課で応用する。5課と11課の終わりに本章で学習した部分のドリルが用意されている。章末に11頁の練習問題がある。導入として、世界における10の発明品とその国を記した表を元に米国の発明品の割合を分数と小数で表示させていく。

1課は、分数と小数を調べる学習である。1ドルが100セントであることを用いて50セントが $\frac{50}{100} = \frac{5}{10} = 0.5$ と説明している。0.5は0.1が5つという説明はせず、我が国の方が丁寧である。

2課は、 $\frac{1}{10}$ と $\frac{1}{100}$ の学習である。 $\frac{1}{10} = 0.1$ 、 $\frac{3}{10} = 0.3$ を図で説明する。 $\frac{3}{10}$ も0.3もthree tenthsと読むこと自体がそのまま、0.1が3つを意味する。方眼紙状の100個のマス目を用いて0.64などの小数を表す。0.6を0.60とも表し、それぞれsix tenths, sixty hundredthsと呼ぶのは、我が国にはなじめない。練習問題が2頁49題掲載されている。

3課は、1より大きい小数を学習する。方眼紙と数直線を用いて説明する。

図17 発生する確率

4 課は、小数の大小関係の学習である。2.07と2.48では、2.48が大きいことを、大きさ分のマス目を塗りつぶした方眼紙100マスの正方形を用いて示す。次に、数直線を用いる方法と、対応する位の数字を比較する方法を用いて説明する。

5 課は、文章を読んでの問題解決である。2.39ドルの部品と1.25ドルの部品を購入して

5 ドル札で支払ったらおつりはいくらかという問を、どの演算を用いるかを考えて4段階手法で解く学習である。

6 課は、小数の足し算を調べる。2つの小数に対応する塗りつぶしたそれぞれのマス目を切り、それらを併せて、計算結果を求める。1.2 + 1.4 を学習したのち、0.34 + 0.9、2.4 + 0.08などを計算する。1.68 + 1.54 をマス目を使った方法と筆算で説明しているが、前者は説明が親切でない。

7 課は、小数の足し算である。6

課で考えて解いた筆算手法を改めて規則的に説明する。繰り上がりの場合の説明などを含めて特に我が国の手法と変わっている点はない。

8 課は、問題解決手法の学習で、概算の利用である。博物館の年齢別料金、団体割引料金、駐車料金の表を見ながら、家族で入館する場合の支払額を計算させる。概算と正確な計算の両方を4段階手法で行う。料金表から正しい料金を選ぶ必要がある。この家族では関係ない高齢者料金が表に書かれている。

9 課は、小数の引き算を調べる。方眼紙を用いて、3.6 - 0.8を考えさせる。次に、足し算の時と同様に2.34 - 1.18を方眼紙と筆算で求める。

10課は小数の引き算の学習である。3.5 - 2.75を学習する。3章の3位数の引き算では上の位から繰り下がりを行ったが、ここでは、小数2位から行っており、統一性が見られない。

11課Aでは、実験に必要な6種の品物を、クラス20人分揃えるのに、それぞれどちらの店で購入するのがよいか調べる。ある商品が一方の店では2個入り、他方はバラで売られていたりする。Bでは、バスケットボールの3点シュートを考察するため、距離によってシュートの成功率がどのように違うかを体験する。1.5m, 3m, 4.5m, 6mからそれぞれ、床に置いたくずかごに10回ずつシュートして、成功率を小数で記入する。

Write as a fraction and as a decimal.

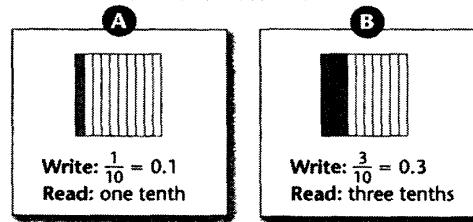


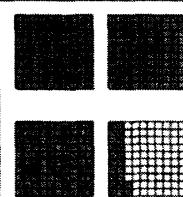
図18 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{1}{100}$ 、0.1、0.01

Make Connections

Here are two ways to show how to add decimals.

Find: $1.68 + 1.54$

Using Models



$$1.68 + 1.54 = 3.22$$

Using Paper and Pencil

Start with the hundredths, then add each place. Regroup as needed. Remember to place the decimal point in your answer.

$$\begin{array}{r} 1.68 \\ + 1.54 \\ \hline 3.22 \end{array}$$

図19 小数の図示

終わりに

我が国に比べると、この教科書は、多くの数学的概念を早い時期に説明している。そして、それらを用いた問題を解く前に、概念を理解させるのに時間を注いでいる。定義は将来の学習を見据えて、拡張した場合も含んでいる。我が国では、定義をした後すぐに問題に入っている場合が多い。一般的な定義も、最初の段階では与えてない場合が多い。概念を一般的に説明し、それが将来の学習への期待と興味を持たせる、そのような学習が必要と思う。

14-8

Objective: Solve a complex problem by solving a simpler problem first.

Problem Solving: Strategy

Solve a Simpler Problem

Read Mr. and Mrs. Washington and their three children visit The Museum of Inventions. How much do the Washingtons spend on admission and parking?

- What do you know? There are 3 children and 2 adults.
- What do you need to find? The total cost of admission and parking

Plan You need to find out three things to solve the problem.

- How much do they pay for admission?
- How much do they pay for parking?
- How much do they pay for everything altogether?

Solve You can sometimes see how to solve a problem by first solving a simpler problem. Try using smaller or easier numbers instead of the numbers in the original problem.

Cost for adults	Cost for children	Cost for parking	
$2 \times \$8.00$	$3 \times \$6.00$	$\$5.00$	
Total Cost	\$16.00	+ \$18.00	+ \$5.00 = \$39.00

Now solve the original problem in the same way.

Cost for adults	Cost for children	Cost for parking	
$2 \times \$7.95$	$3 \times \$5.95$	$\$4.50$	
Total Cost	\$15.90	+ \$17.85	+ \$4.50 = \$38.25

Look Back Is your answer reasonable?

図20 概算

Find $3.5 - 2.75$ to solve the problem.

1 Line up the decimal points. Place a zero in the hundredths place.

$$\begin{array}{r} 3.50 \\ -2.75 \\ \hline \end{array}$$

2 Subtract the hundredths. Regroup if necessary.

$$\begin{array}{r} 4\ 10 \\ 3.50 \\ -2.75 \\ \hline 5 \end{array}$$

3 Subtract the tenths. Regroup if necessary.

$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 10 \\ 3.50 \\ -2.75 \\ \hline 75 \end{array}$$

4 Subtract the ones. Place the decimal point in the difference.

$$\begin{array}{r} 3\ 4\ 10 \\ 3.50 \\ -2.75 \\ \hline 0.75 \end{array}$$

Since addition and subtraction are inverse operations you can add to check. $2.75 + 0.75 = 3.5$
 The go-cart has 0.75 more horsepower than the lawnmower.

図21 繰り下がりのある小数の引き算

表 NCTM基準