

# 米国算数教科書紹介（I）

## Investigation of an American Arithmetic Text Book（I）

植 村 憲 治

UEMURA Kenji

The teaching method of mathematics and/or arithmetic essentially does not depend on language or culture. In this paper we introduce and investigate an American arithmetic text book and teacher's book of kindergarten, named "Mathematics" published by McGraw-Hill Company. And we point out the difference of Japanese teaching methods from those of the U.S. especially from the point of the Problem Solving Method which is still not taught in Japan as a system.

理数系教科の学習を通じて修得する知識や考え方は基本的には各国共通のものである。そのためこれら教科における他国教科書を参照して、日本のものと比較、検討するのは我が国における理数教育をより高い次元から観察することとなる。そして我が国の教育方法の改善にもつながると考えられる。本研究室では、米国の2種類の算数教科書を入手し、それらと我が国の教科書との比較研究を行っている。教科書検定が無いこともあり、米国の教科書は出版社が異なれば内容も相当大きく異なる。本研究ではMcGraw-Hill社のMathematicsと日本の教科書を比較検討した結果を順次報告する。

この教科書は幼稚園年長組から6年生までの7学年を取り扱っている。米国公立学校で広く用いられているもので、すべての巻の教師用指導書には冒頭に、National Council of Teachers of Mathematics (NCTM:全米数学教師協議会)が2000年に発行した“数学教師のための原理と基準”において採用された10の基準が提示されている。この基準は以下のものである。

1. Numbers and Operations (数と演算)
2. Patterns, Functions, and Algebra (パターン、関数、代数)
3. Geometry and Spatial Sense (幾何と空間感覚)
4. Measurement (測定)
5. Data Analysis, Statistics, and Probability (データ分析、統計、確率)
6. Problem Solving (問題解決)
7. Reasoning and Proof (理由付けと証明)
8. Communication (コミュニケーション)
9. Connections (関連)
10. Representation (表現)

特に最初の7つは算数・数学教育において重要である。日本においては6、7の基準に沿う内容を系統的に学習し習得するような指導はなされていない。算数・数学が得意でそれらを深く理解する児童・生徒は学習過程においてそれらを自然と身につけていくが、他の多くの子はそれができなかつたり、ゆがんだ形で習得しているのではないかと危惧する。算数・数学科における自主的、自発的な学習、自ら学び自ら考える学習とは、ここでの6、7番目の基準が要請する能力をまず身につけることであり、次にそれらの能力を用いて問題解決に取り組むことではないだろうか。Mathematicsが第6基準の問題解決を重要視した教科書であることは、各章の目標の最後の項目が常に、“問題解決手法を発展させ、応用する”であることや、指導書の巻末において、Problem Solving Strategies and Skillsというタイトルで、各学年14章の各々においての使用技法が書いてあることから伺える。例えば、幼稚園年長教科書第1章では、“絵を用いる”と、“論理的理由付け”が用いられている。

米国の教科書は日本のものと較べると厚く、重いものである。教科書は学校で貸与するものを用いても、自分でそれを購入しても良いようである。実生活と密接な題材が多く、日本では、算数の範疇に入らないものまで含まれている。また、通常のドリル以外にCDやインターネットを使用する場面も多くある。

本稿では、両国で低学年における数学的概念としてどのようなものを習得させているのか、ということについて論じたい。

ここでは、幼稚園年長教科書を取り上げる。日本では小学校入学前であり、1年生には当たり前な事柄もあるが、概念導入や、根本思想などにおいて考慮すべき点があると思われる。また、就学前児童へ算数教育を行う場合の参考ともなろう。

序章の目標は「電話番号と住所の理解を進める。量と確率を導入する。before and after, days of the week, time of day を用いて“列 (Sequence)”を導入する。基本的図形を認識する」とある。8課に分かれていて、すべての課でNTCM基準の8、9、10を取り扱い、3課ではさらに第5基準が、4課から7課までは第4基準が、8課では第3基準がそれぞれ追加されている。

第1課は、電話番号と住所から始まっている。

2、3、4課ではそれぞれ、All、Some、NoneとAlways、Maybe、Never及びBefore and Afterを取り上げている。日常良く使用される語であっても、算数・数学で使用する場合は、用語に厳密な意味を持たせるために多くの課においてMath Word (s) という吹き出し欄を利用して用語の意味の確認と共有化を図っている。日本では、3を含めない場合も‘3以上’と表現するなど用語の定義が厳密でない。高学年になっても、含めない場合を‘以上’と表現する児童もいるし、教師も厳密に考えていないことがある。日常生活は別にしても算数・数学では厳密な用語の定義を習得する必要があると考える。

5課ではDay and Night、6課ではDays of the Week、7課ではToday、Yesterday、Tomorrow、8課ではShapes (図形) をそれぞれ学習する。本章には日本の学校では少なくとも算数の時間には扱わないものも多く含まれている。時系列を用いた問題を将来の学

習で用いるための準備であるとも言える。

第1章は“Getting to Know You”、“みんな、なかよく”とでも訳すテーマで、1課から5課までが位置関係、6課から8課までが分類 (Classify) を扱っていて、10~12回分の授業内容である。章の目標として、「位置を示す言葉を用いて、場所が分かる、対象物の分類を知る、問題解決手法を発展させ、応用する」が掲げられている。

1~4課では、NTCM基準の3、8、9、10に該当するテーマが取り上げられ、5課では、6、8、9、10に関する学習となっている。問題解決については本章5課に初めて取り上げられており、「絵を用いて情報収集し、問題を解く」ことをこの課の目的としている。“本日の問題”という項目に、“リーが水を飲んでいますが。ジルとルイスがー列に並んで待っています。ジルはリーの前にいますか、後ろにいますか。(Jill and Luis are next in line. Is Jill in front of Lee or behind Lee?)”という問題が出されている。一見、算数の問題とは思えないが、リー、ジル、ルイスを連続した3つの数に置き換えることが可能である。それまでの学習により、直線上の3人の関係を取り上げていることが分かり、将来の数直線につながるものである。また、連続したどの3つの数についても成り立つ命題を取り上げていることになり、数学的抽象化の第一歩を教えることも可能となる。もっともルイスは設問には関係のない存在となっている。説明次第では、「4は3の次の数か、前の数か」、という問題よりはるかに一般的で、抽象的な問題となる。

論理的理由付けは6課で初めて取り上げられている。この課の目的は、「論理的理由付けを用いて問題を解く」である。そして、NTCM基準の7、8、9、10に該当するテーマが取り上げられる。6枚の絵があって、先生のお話を聞いてその内容に合っている絵に○をつけなさいというものである。話は、「この人は外で何かをしています。この人は6歳です。この人は少年です」というものなどである。

このような論理的思考の導入は日本の教科書には見られない。学習雑誌やそれに類する児童書にみられるだけである。前段で紹介したAll、Some、None等と同じく当たり前とか、教えるほどのことではないと思われるごく基本的なことを早い段階で正しく理解しておくことは、数学的思考力の土台作りであり、後々の高度な数学的思考力を正しく習得するために欠かすことのできない過程であると考えられる。

さらにこの問は、児童が自分で考える教育の1つのあり方を提供している。6枚の絵がそれぞれどのような状況を描いた絵かを説明させ、話の問文ごとに条件を満たしている絵と満たしていない絵を確認させることにより児童の論理的思考段階を確認できる。そして正しい論理的思考を児童が身につけることが可能となる。年次によっては問の順序を変えた場合を考えるなどして論理積の交換法則を理解させることも可能であろう。さらに否定文を用いることによって、否定概念を教えることも可能である。

日本の算数教科書は、単元の中で、学ぶ内容を記述、説明し、教師がそれを児童に如何

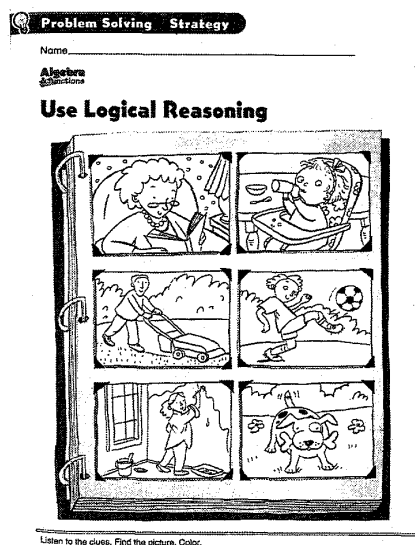


図1. 論理的思考

に理解させるかという事に力点が置かれている。そのため学習者の理解到達度を測る問題は多いが、学習者の思考過程を確認するような設問は少ない。前述の6つの絵を用いた問題のように、問を発するごとに児童の返事から彼らの思考過程を確認することができる問題を使用することが重要であろう。正しい思考方法を身につけることによってのみ、複雑な実社会で、未経験の問題を適切に処理できるのではないだろうか。

第2章は、“I spy!”、“私は探偵”という意味のテーマで、類別 (Sorting) を扱う。1章では対象集合に属するものを扱っていたが、2章では属さないものも扱う。章の目標として「類別を導入する。基本的量と数の比較を理解する。問題解決手法を発展させ、応用する」と記載されている。1課から5課までが類別、6課から7課までが応用を扱っていて、10～12回分の授業内容である。

1～4課では、NTCM基準の2、8、9、10に該当するテーマが取り上げられ、問題解決を扱った5課では、5、8、9、10に関する学習となっている。応用を扱う6、7課において6課は6、8、9、10に関する学習であり、7課は1、8、9、10に関する学習となっている。

1課は単一の属性による類別がテーマで、様々な赤いものと青いものを色で類別させている。また、大きさ、色、形状などいくつかの属性があるグループでは、異なる属性による類別では、異なる結果が得られることも理解させている。

2課は二種の属性による類別で、青くて丸いものに○を付ける問題などが提示されている。

3課は大きさによる類別と順序づけで、類別したものを大きさで並び替えている。

4課はさらなる類別で、大きい亀と小さい亀、長い物差しと短い物差し、長いクレヨンと短いクレヨン、大きい昆虫と小さい昆虫が描かれていて、それらの内、大きいものは大きいバケツへ小さいものは小さいバケツへ線を引くという問題が提示されている。

5課での目標は、「対象物を分類し、グループの部分として名前を付ける (赤いヨーヨーと、青いヨーヨーなど)」となっている。日本では、属する対象物とそうでないものの違いを説明するというようなことは求めているが、対象物内に複数個のグループがあって、それらに名前を付けるという教育は行われていない。

条件を満たす対象集合を定義し、それに対して新たな条件を考えそれを満たす部分集合に名前を付け、性質を調べるのは、数学の常套手段であり、実生活にも多く応用されている。単に属する、属さないでなく、別の属性をもついくつかの部分集合に分割してそれらに名前を付けるという教育もこのような観点から考えると大事と思われる。また、分別が、色、形などだけでなく、服のボタンを穴の数2と4で分類する、など自然数による分別も取り上げられている。日本流であれば、花びらの数で花を分類するという取り上げ方が可能である。

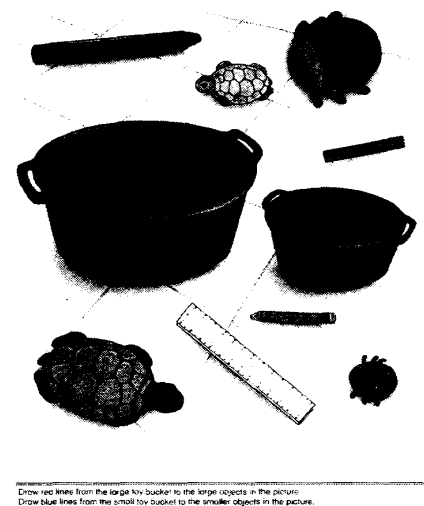


図2. 類別

6課では問題解決の手法として、“Act It Out”、“実行”法が導入されている。正六角形の図形を覆うのに、正三角形、菱形（正三角形2つ分）、台形（正三角形3つ分）をどのように用いればよいかという問題である。色々試して正解を求めるという問題である。さほど考えなくても、思考しているうちに正解が得られる問題で、とりあえず試してみる手法に慣れることを目指していると思われる。

7課では、MoreとFewerを理解して多い、少ないを学ぶ。5つの箱と4つの地球儀があって、対応関係を示して箱の方が多いことを理解させている。数を学ぶ前に、対応関係によって多い、少ないを理解させるのは日本では行われていない。本来、“多い、少ない、等しい”は、対応させたときに、“余るか、足りないか、ちょうどである”のどれかのことをいうわけで、それは数を知らなくてもできることである。数を覚える前にこのような手法で多い、少ないを理解させるのは問題解決の観点からは重要と思われる。

第3章は、“Show and Tell”、“示して語る”という意味のテーマで、データとグラフを扱う。1課から3課までが絵グラフ、4課と5課が棒グラフを扱っていて、8～10回分の授業内容である。NTCM基準は、問題解決を扱う3課が6、8、9、10で、他は5、8、9、10である。章の目標は「データの類別と記録を知る。単純なグラフを作成し、読むことを知る。問題解決手法を発展させ、応用する」となっている。

絵グラフは、例えばリンゴが好きな子とブドウが好きな子のどちらが多いかを調べるのに用いられ、リンゴが好きな子にリンゴの絵を対応させ、ブドウが好きな子にブドウの絵を対応させて、それらリンゴの絵とブドウの絵を横にそれぞれ一行に並べたグラフである。これら

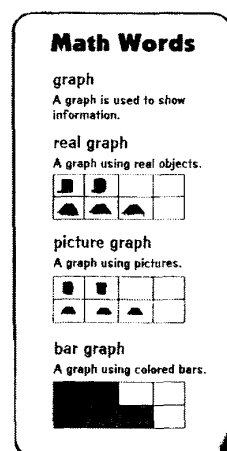


図3. 絵グラフ

のグラフを見てどちらの果物を好む児童が多いかを判断するもので、棒グラフの前段階である。1課は対象物を用いてグラフを作成することを目標としており、それ自体がグラフを構成する要素となる連結キューブ（凸部分と、凹部分の向かい合った1対の面があるサイコロ状の立方体で、凸面と凹面を列車のように連結させて3次元棒グラフ状の直方体を構築できる道具）をいくつか連結させて、多い、少ないを理解させている。

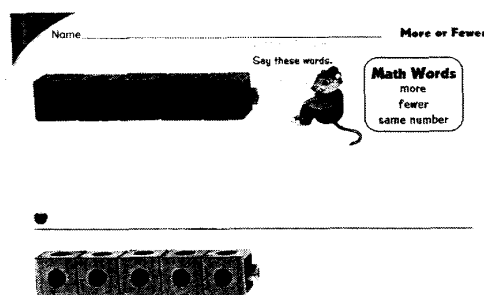


図4. 連結キューブ

2課は情報を集めて、その結果を絵グラフを用いて記録することを目標としている。提示場面内に散在するクマのぬいぐるみや絵本などの二種の対象物を、絵グラフに置き換えて多い、少ないを判定する。

3課は問題解決のための数学的読み物である。話を漏らさず聞いて問題を解くことを目標として、問題解決を図っている。トマト4つとタマネギ2個で野菜スープを作る話を聞かせた後、改めて、トマトとタマネギをいくつ使ったでしょうと問いかけ、縦長の、棒グラフ状に配置された正方形を、個数分だけ塗りつぶして棒グラフを作成する作業を行っている。

4 課は「対象物の絵を並べた実グラフを作成し、データを調べて問題を解く」ことを目的としている。最初、7 人の児童にリンゴとオレンジのどちらを好むかを尋ね、好む方の絵を黒板に一人ずつ積み上げる様を書かせ、完成した絵を見てリンゴが好きの子と、オレンジが好きの子のどちらが多いかを問うている。また、実グラフから棒グラフへと展開するために、正方形枠を縦に並べたものに、実物を枠内に並べ、次に実物を置いた正方形を塗りつぶすという作業を利用している。具体的には、i) 5 セントと 1 セントの硬貨 5 枚ずつを児童各自に持たせ、それらの何枚かを片手でつかみとり、つかんだコインをそれぞれ分けて、別々の正方形枠に順に並べる、ii) コインを置いた枠を塗りつぶして棒グラフを作成する、iii) 二つの棒グラフの高さを比較して 5 セントと 1 セントのコインのどちらを多くつかんだかを答える、という手法が採られている。5 課は、「情報を集め、棒グラフを用いて結果を記録する」というもので、4 課で学習した方法で集めた情報を基に棒グラフを作成し、二つの対象物のどちらがたくさんあるかを確認させている。最後の問題では 4 種のおもちゃの個数の棒グラフを作成し、同じ個数のおもちゃはどれかを問うている。

第 4 章は、“Going on a Safari”、“サファリへ出かける”、というテーマでパターンを扱う。1 課から 5 課までがパターンの概念、6 課から 8 課までがパターン概念の応用を扱っている。

1 課から 5 課までは、“パターンを調べる、パターンの複写 (copy) と増加、問題解決の読み物”が、6 課から 8 課では、“問題解決手法、パターン補充、パターン作成”がその課の目標であり、10～12 回分の授業内容である。NTCM 基準は、問題解決を扱う 5 課が 5、8、9、10 で、他は 2、8、9、10 である。章の目標は「パターンを進め、複写し、創作することを知り、問題解決手法を発展させ、応用する」となっている。

パターンは、将来の学習での数列につながるもので、ここでは、何種類かの図形が繰り返し現れるものを考える。学習方法として以下の 5 段階に分けた手法を提示している。1. 赤と青の六個の立方体が、赤、青、青、赤、青、青と現れているものを示してパターンを理解させる。2. 大きい黄色の正三角形と小さい赤色の正三角形が交互に合計 5 個並んだ全く同じ 2 つのパターンを上下に並べてパターンの複写を理解する。3. 大きい紫の円二つと緑の小さな 1 つの円が二回ずつ現れたパターンを示し、次に現れる図形を定める増加の概念を習得する。4. 正方形と正三角形が交互に計六個現れるパターンの 3 番目と 4 番目を隠しておいてそこを埋めさせる補充の概念を習得する。5. いくつかの図形を用いて自分でパターンを考案する。

1 課のテーマは、“パターン調べ”で、動作におけるパターンと絵で表されたパターンを調べる事を目標としている。与えられた ABABAB のパターンに対して次にくるのが A か B かを問うて正しい方に○をつける問題が続いている。椅子に座っている状態と、立っている状態の絵が交互に六枚記されている問題に続いて、二種類の動作の絵を用いた問題が二問与えられ、キリンとシマウマ、雲と雷、太陽と三日月、双眼鏡と探検帽による同種の

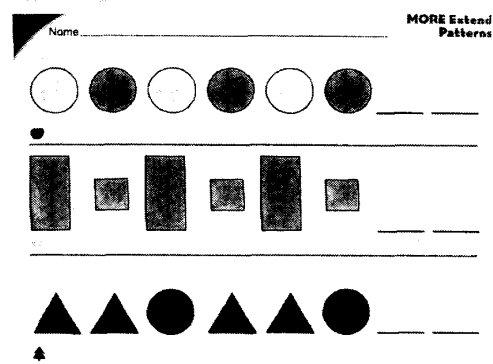


図 5. パターンの例

問題が提示されている。

2 課のテーマは、“パターンの複写”で、色パターンの複写を目標としている。動物の縞や 2 色の連結キューブの色を正方形の枠内に塗り写す問題で、ABABABAB や ABBABBAB のパターンが用いられている。

3 課のテーマは、“パターンの増加”で、幾何的パターンを説明して増加させることが目標である。ABAB パターンを用いてパターンを説明し、増加を学習させている。

4 課は 3 課の内容をさらに進めたものである。ABAB パターンと AAB パターンをいくつか、図形の場合と動物などの具象物の場合を取り上げて増加させている。

5 課では副読本“Big Book”第一巻を利用している。本を読んで予想をたてるというテーマである。本を読んでパターンの最後の次にくる動物を当てるという形式になっている。

6 課は、“パターンを求める手法”がテーマであり、パターンを発見してそれを用いて問題を解くことを目標としている。二つの花の絵が二次元的にチェック模様の位置にそれぞれが配置された絵があたえられ、その所々色づけされていない花の絵があり、それを正しく色づけしてパターンを完成させる作業をさせている。

7 課は、“パターンを補充する”のがテーマであり、パターンの欠けた要素を見つけ、それを補充してパターンを完成させることを目標としている。色付きの小円や、花や葉っぱを用いたパターンを完成させている。ABAB○○AB、AABAA○○A、ABC○○CAB、ABCA○○ABC、ABBABB○○B、ABA○○BABA、ABAABA○○A、○○BAABAAB などの型の問題が提示されている。

8 課はパターンを創作するというテーマで、図形と絵を用いてパターンを創作することを目指している。カウンタ（同じ大きさの小さな円板、数えるのに用いたりする）、連結キューブ、クレヨンなどを用いていろいろなパターンを作成したり描かせたりしている。

第 5 章は、“Out on the Farm”、“農場で”、というテーマで 5 以下の数を扱う。1 課から 5 課までが数の概念、6 課から 10 課までが数の比較と並べ方を扱っている。1 課から 5 課までは、“0 以上 5 以下の数、問題解決の読み物”が、6 課から 10 課では、“問題解決手法、同数の比較と数の並び”がそれらの課の目標であり、12～14 回分の授業内容である。NTCM 基準は、グラフを用いた問題解決を扱う 6 課と、絵グラフを扱う 10 課が 5、8、9、10 で、他は 1、8、9、10 である。数の数え方に関しては、以下の 3 つを理解させるとしている。1. 数の順序は不変である。2. 数えられる対象はちょうど一度だけ数えられるが、数えられる順序は関係ない。3. 最後の数が全体の個数である。また、“二種の対象物が同数である”とは、“一対一対応が存在することである”ことを理解し、さらにそれは“大きさや形が同じ”ということではなく、“量が同じ”である事を理解するとある。章の目標は「5 以下の数の数え方、読み方、書き方を知る。5 以下の数の比較と並べ方の理解を深める。問題解決手法を発展させ、応用する」とある。

1 課では、“1 から 3 までの数を数え、書き、物を数え、数量を表す”ことを目標とし、2 課では、4 と 5 について 1 課と同様のことを学ぶ。それぞれ、“2 つある物、4 つある物をあげましょう”という類の問題が与えられている。

続く 3 課では早くも 0 の概念を理解させている。これは、「いくつありますか」、という

問に「0個あります」という答え方が可能な言語と、“ない”という表現が通常である言語との差異であるかも知れない。

4課では、“0から5についてより深く学ぶ”とある。“ジャンには、お姉さんと弟がいます。ジャンの家には何人の子供がいますか”という問題が提示されており、 $1+1+1$ を求めるのではなく、お姉さん、弟、ジャンと数えて解の3人を求めている。我が国では図示された対象物がいくつあるか数える問はあっても、このように文章を読んで数える問はあまり見かけない。

5課は読解問題で、赤い実が5つになっているリンゴの木と青い実が3つになっているリンゴの木の絵が示されて、各々の木のリンゴの色をまず問い、次に各々の木にいくつ実がなっているかを問い、最後にどちらの木にリンゴがたくさん実っているかを問う問題が与えられている。幼稚園ということもあるのだろうが、日本では、類似の問題であれば、赤いチューリップが咲いている花壇と白いチューリップが咲いている花壇があって、どちらの花壇にたくさんチューリップが咲いていますかという問題にでもなるが、この米国教科書のように、問題を3つに分けて導くということはあまりしないように思われる。前にも触れたが、子供の思考過程を確認する問は重要であると考えられる。

6課は問題解決手法がテーマで、絵グラフを書いて問題を解く方法を学ぶ。導入として、オレンジ2つ、リンゴ4つ、トウモロコシ1つがそれぞれ、横に1列に並んだ絵グラフを黒板に書いて、好きな人が一番多い食べ物や、少ない食べ物がどれかを問うている。

7課は同じ数がテーマであり、同じ量のグループを求めることを学習する。おんどり5羽と子ブタ5匹が並んだ絵グラフを提示して両者は同じ数だけいるか、どうやって分かったか、どれだけいるかを尋ねている。5課と同様に問題を分けて尋ねている。

8課は5までの数の比較で、5以下の量の二つのグループを1対1対応をさせながら多い、少ない (more and fewer) を用いて表現させている。

9課は5以下の数を数え、5までの量のグループを並べることをテーマにしている。連結キューブで一両から五両までの編成の列車を作り、車両の少ない順に並べさせて数の順序を理解させている。序章で学んだbefore、after、betweenを用いている。

10課は絵グラフがテーマで、絵グラフを描いてデータを記録し、分析することを目標としている。牧場に乳牛2頭、馬3頭、犬1匹、小鳥5羽が群れていて、そのうちの乳牛と、馬の頭数だけを絵グラフを用いて比較する問題などが提示されている。目的にあった対象物を選択するところから始めるのが我国の教科書との相違とも言える。

第6章は、“Hops, Skips, and Jumps”、“ホップ、スキップ、ジャンプ”というテーマで10以下の数を扱う。章の目標は5章と同様で、「10以下の数の数え方、読み方、書き方を導入する。10以下の数の数え方、並べ方の理解を深める。問題解決手法を発展させ、応用する」とされている。1課から5課までが、“6以上10以下の数、問題解決の読み物”、応用概念の学習である6課から10課では、“問題解決手法、0以上10以下の数の順序と並べ方、棒グラフ、1から10までの数え上げと数え下り、10までの順序数”が課の目標であり、全体で12～14回分の授業内容である。NTCM基準は、連続する事象の問題解決を扱う5課が4、8、9、10、表を用いた問題解決法を扱う6課が6、8、9、10、棒グラフを扱う9課が5、8、9、10、他は1、8、9、10である。



数を数え、書き、量を理解し、表現するという目的で1課では6と7、2課では8と9、3課では10について学習する。「私は数です。私は8より1つ大きい数です。私はいくつでしょう」という問が3課に示されている。すぐ前に来る数、すぐ後に来る数、1つ少ない数、1つ大きい数などを学習している。

4課では10までの数を数える練習とそれらの数の量を理解することを目的としている。「4と5よりも前に来る数で、1と2よりも後に来る数」を答えさせる問や図に書かれた個数の数に○を付ける問などがある。

5課は算数のための読書で、「連続して生じる出来事を理解して問題を解く」ことを目的としている。CDや副読本を用いている。

6課は表を作成する手法がテーマで、表を作成して問題を解くことを目的としている。5つをひとまとめにして数えるのに我が国では正の字を用いるが、4までは縦棒を加えて5は4本の縦棒に対して斜め線を引いて5を表す“tally mark table”を説明し、それを用いて数を数えさせている。

7課は0から10までの数の比較がテーマであり、個数が10以下の2つの対象グループを1対1対応させながら、多い、少ないを用いて説明させている。また、7匹のワニの絵を提示して1つ多い数と、1つ少ない数を書かせるという問題も提示されている。絵に描かれた個数を記す問題だけでなく、それよりも1つ多い数や、少ない数を書かせるのは、暗記した数順序における次の数、前の数を答えるのとは違い、目で見て数えたものの数の、前後の数を答えるものであり、これには、いくつかの思考回路が働いている。我が国でも取り上げて良い問題である。

8課は10以下の数を順に並べることがテーマで目標である。「7の次の数はいくつ」という質問や、6つの連続した数の中で、空欄の2つの数を補うなどの問題がある。4章で学んだパターンの考え方を拡張して数の順序を確認している。

9課は棒グラフがテーマで、棒グラフを作成してデータを記録、分析することが目標となっている。3章5課の発展である。導入として、跳ね回る生き物という標題の下に、正方形を横に7つ並べた棒グラフを上下2つ書き、上の棒グラフは3棒、下の棒グラフは6棒を塗りつぶし、さらに上側の左端にはウサギ、同様に下側にはバッタを描く。「ウサギは何匹ですか、グラフを見て考えましょう。バッタは何匹ですか、グラフを見て考えましょう。ウサギとバッタとどちらが多いでしょう。」という問題を与えている。ウサギとバッタは通常比較しない対象であり、跳ね回るということで無理にこじつけている感もある。あるいはグラフから読み取るということで抽象化された数量を比較する訓練とも言える。空飛ぶカモと芝の上を這うテントウムシの個数を棒グラフに書かせてどちらが多いか比較する問題も与えられており、比較に意義のない物を較べている感じもする。

10課は1から10までの順の数え方と逆順の数え方がテーマで、それを行うのが目的である。この課は教科書には掲載されておらず、数直線を用いて実際に唱えさせたりして指導するようになっている。

11課は10以下の順序数がテーマで、10以下の順序数を理解するのが目的である。Math Wordsとして、first、next、lastがあげられている。2番目の子に○を付けなさい、7番目のカンガルーに○を付けなさいなどという問題が提示されている。英語には、“It is fifth.”（5番目です）が返事となる日本語の“それは何番目ですか”に対応する疑問文が存在し

ないため、「○を付けたアヒルは何番目ですか」という種の問題は提示されていない。

第7章は、“Around the Neighborhood”、“家の近くで”というテーマで20以下の数を扱う。章の目標は「20以下の数の数え方、読み方、書き方を導入する。20以下の数の理解と数え方、並べ方の理解を深める。数のパターンを導入する。問題解決手法を発展させ、応用する」とされている。数のパターンの導入は6章にはないものだが、それ以外は5、6章での数を扱ったものである。また、6章で学んだ順序数はこの章では取り上げていない。1課から7課までは、“11以上20以下の数、問題解決の読み物”が、応用概念での学習である8課から11課では、“問題解決手法、20以下の数の比較と並べ方、1つ跳びの数え方”が課の目標であり、全体で12～14回分の授業内容である。NTCM基準は、問題解決を扱う7課と問題解決手法を扱う8課が6、8、9、10で、他は1、8、9、10である。

数を数え、書き、量を理解し、表現するという6章の場合と同じ目的で、1課では11、12、13、2課では14、15、3課では16、17、4課では18、19、5課では20について学習する。Math Wordsとして“tens, ones”が導入されている。11、12、19、20がそれぞれ1 ten 1 one, 1 ten 2 ones, 1 ten 9 ones, 2 tensであることを理解させている。図は5個で行が変わるものを用いている。17を表すのに、10までは2行5列の与えられた正方形枠の中に○を描き残り7個の○は枠の下に横に1列に並べて描かせるという手法を用いて17が10と7であることを理解させている。日本でも、“1が4つ”と教えるよりも“4つの1”と教えるのがよいかも知れない。

20を学ぶ5課で1行に10個並べて10を表現している。

6課は20までの様々な数がテーマで、数え方を練習し、20までの数を理解することを目的としている。

7課は算数のための読書で、「図を用いて問題を解く」ことを目的としている。CDや副読本を用いている。

8課は問題解決手法で、絵を描いて問題を解くことをテーマと目標にしている。畑に4段4列に並んで咲いた大きな花の絵が提示され、各々の花に虫を1匹ずつ描きましょうという問題や、12匹いる犬の前に水を入れたお皿を描きましょうなどの問題が与えられている。

9課は20までの数の比較で、moreとfewerを用いて20以下の2数を比較することを目的とする。2行5列の正方形からなる枠を用意して1 ten 4 onesや1 ten 6 onesなどを○で表現させている。10個で枠が埋まることによって10のまとまりができたことを理解させている。1 tenがちょうど枠に収まり、4 onesはその外にはみ出して描くことになる。

10課は20以下の数の順序で、20以下の数を順序づけることを目標としている。数が4箇所抜けた1から20までの数字が続く標識の欠けたところの数を補う問題や、0から20まで

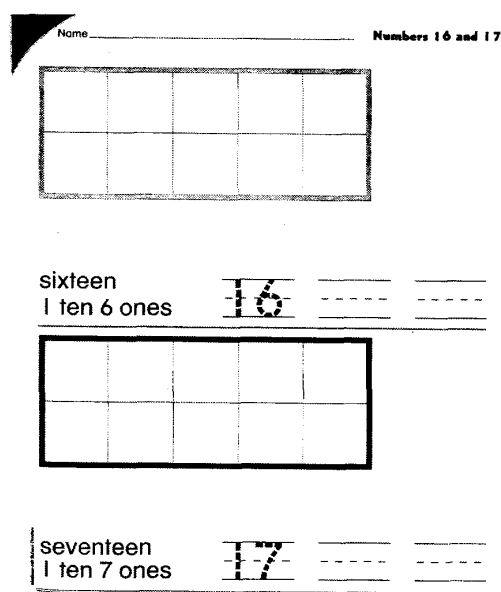


図6. 17の表示

の数字を順に結ぶと犬の形が現れる問題などが提示されている。

11課は1つ跳びの数え方を調べることを目標としている。長靴が5組並べてあって、2、4、6、8、10と数える問題がある。これは2の段の掛け算につながる学習である。優秀な児童のためには0から20まで1つ跳びに数えさせた後、1から19まで1つ跳びに数えさせて偶数、奇数を理解させている。

第8章は、“Fantastic Adventure”、“空想冒険”というテーマで100以下の数を扱う。章の目標は「100以下の数を認識し、数え方を知る。50以下の数の比較と、並べ方の理解を深める。数のパターンの認識を深める。問題解決手法を発展させ、応用する」である。1課から5課までは50以下の数について学び、“50以下の数の比較、問題解決の読み物”が目標である。また、6課から11課では100以下の数とスキップカウントについて学び、“問題解決手法、100以下の数、スキップカウント、概数”が課の目標である。全体で12～14回分の授業内容となっている。NTCM基準は、問題解決を扱う5課と問題解決手法を扱う6課がそれぞれ7、8、9、10と5、8、9、10である以外はすべて1、8、9、10である。

1課、2課、3課においてはそれぞれ、21以上25以下、26以上30以下、50以下の数を対象にして、“数える、書く、理解する、表現する”ことを目標としている。

4課はmoreとfewerを用いて50以下の数を比較し、5課は副読本を用いて、“問題文を要約して解く”ことが目的となっている。

6課は表を用いる問題解決手法で、黄と、赤で2対1に塗り分けた円グラフの中心に留めた針を回転させて止まったときの針の位置の色をtally graphに表して分析して確率問題を解いている。確率のような不確実性のあるものをすでに導入している。また、色の比を1対1、3対1、5対1に変えた場合も体験させている。

7課は1から100までの数を並べることが目的である。1から100までの数を順に10段で表し、いくつかの数をとり出してその数の前の数と次の数を記させている。

8課は10で束ねた数え方を用いて100まで数えることを目的としている。10本ずつ束ねた鉛筆の束がいくつあるかを数えて10、20、…、100を理解させている。

9課は5で束ねて100まで数えることを目的としている。“…35、45、50…”と復唱させている。また、手形を用いて、5つ毎の数を認識させている。

10課は概数を求めることを目的としている。空飛ぶ円盤から降り立った宇宙人が24人整列している図があり、5、20、100の内おおよその数となっているものに○を付ける問などがある。宇宙に浮かぶ太陽系の7つの惑星のイラストに対して5、20、100からおおよその数となっているものに○を付ける問もあるが、変化することのないこのような1桁の数に対しておおよその数を求める意義は個人的には理解に苦しむ。これでは、「1週間は

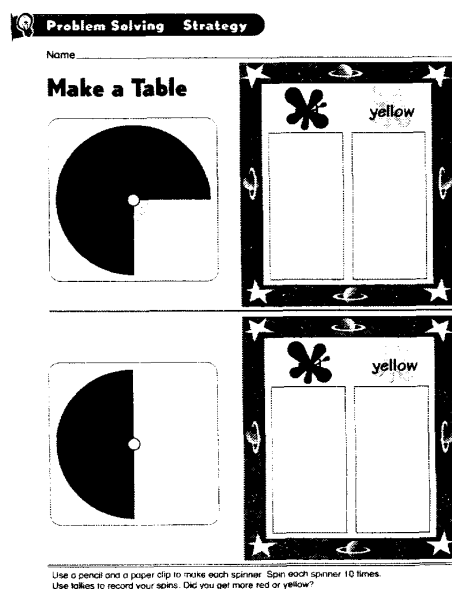


図7. 確率の導入

おおよそ10日です」という表現も許されるのかと考えてしまう。

11課はおおよその数のさらなる学習である。グループに含まれる対象の個数が100以下の場合のおおよその数を求め、それがふさわしい数であるかどうかを認識することを目的としている。リンゴがそれぞれ3個、12個、18個実っている3本の木とおおよそ5、おおよそ10、おおよそ20と書かれた数のふさわしいものを線で結ぶ問題などが与えられている。

第9章は、“Going Shopping”、“買い物に出かける”というテーマでお金を扱う。章の目標は「硬貨と紙幣を知る。硬貨の価値の求め方を知る。問題解決手法を発展させ、応用する」とされている。お金そのものが算数の単元となっていることは日本では考えられず、実用性を重んじる米国の教育の一端が伺える。8課まであり、9～11回分の授業となっている。NTCM基準は、問題解決を扱う5課と問題解決手法を扱う6課がそれぞれ7、8、9、10と6、8、9、10である以外はすべて1、8、9、10である。5課までは硬貨を扱う。

1課は“1セント硬貨を理解してこれを用いて10セントまで計算する”、となっており、2課、3課はそれぞれ“5セント硬貨、10セント硬貨を理解してそれらを用いて、30セント、50セントまで計算する”となっている。

4課は硬貨を用いたさらなる学習であり、“1セント、5セント、10セントの硬貨を組み合わせて50セントまで計算する”となっている。貯金箱に貯まった硬貨を計算して、値札の付いた商品のどれが買えるかを答えさせて、数の大小関係を実生活へ応用させている。また、値札分の硬貨を提示させる問題もある。

5課は問題解決のための読み物で、お金を仕分けて問題を解くことを目的としている。お金を持って買い物に行く少女の話の聞かせた後、1セント硬貨が何枚、5セント硬貨が何枚、10セント硬貨が何枚だったかと、話をまとめさせて金額を確認し、望みの商品が買えるかどうかを解答させている。

6課は問題解決法がテーマで、“実際に行動して問題を解く手法”を体験する。各自が75セント以下の買い物を体験する。23セントの支払いを硬貨である場合の支払い方を述べさせている。

7課は25セント硬貨と1ドル紙幣を理解し、最終の8課は、“お金が品物交換のシステムとして用いられていることを理解する”とある。25セント硬貨1枚分のお金を他の硬貨の組み合わせで答えさせて、25セント硬貨の便利性を指摘させている。学習した紙幣、硬貨が何枚かずつ与えられて合計金額を答えさせている。“私があなたに何かを売るとき、あなたが私にくれなくてはいけないものは何ですか（お金）。それをくれることをなんといいますか（支払い）”、という問がなされている。

第10章は、“Construction Site”、“建設現場で”というテーマで度量衡を学ぶ。9課から成り、10～12回分の学習内容である。「予想と計測を導入し、距離、容量、重さ、温度を知り、問題解決手法を発展させ、応用する」、が章の目標となっている。1課から4課では、長さを扱い、5課から9課で容量、重さ、温度を扱う。NTCM基準は、問題解決を扱う4課と問題解決手法を扱う5課がそれぞれ6、8、9、10と7、8、9、10である以外はすべて4、8、9、10である。

1 課は、“longer shorter” がテーマで、2 つあるいはそれより多くのものに対して、“長い方、短い方”を理解することを目的としている。長短の丸太、シャベル、板、トレーラーなどを用いて比較させている。比較するものの実際の長さは様々である。

2 課は、“距離を知る” がテーマで、人を離れた距離においたり、近くにおいたりして、“遠い、近いで距離を理解する” とある。

3 課は長さがテーマで、連結キューブを用いて、長さの目測と計測を行う。日本では定規を用いるまでは指導しない内容であるが、このような形で就学前の幼児にも学習させていることは我々も留意する必要がある。測る対象として、ねじ、ハンマー、のこぎり、ショベルカーなどが与えられている。両端には線が引いてあって、どの間の長さを測ればよいかの分かりやすくなっている。

4 課は副読本の数学的読み物を読んだ後の問題解決がテーマである。

5 課は“Guess and Check (予想と確認)”を用いた手法がテーマで、目測と計測による問題解決を学習する。ねじ回しなどの長さを連結キューブいくつかを目測と計測で求めている。

6 課は容量がテーマで、“多い、少ない”を用いて容量を調べ、容器にどれだけ入るかを比較するのが目標である。ジャムの容器を用いて学習させている。二つの容器の図が示されてたくさん入る方の容器に○を付ける問が何問か提示されている。

7 課は重量がテーマで、“重い、軽い”を用いて二つの対象物の重量を比較する”がテーマになっている。缶詰のスープと一箱のクレヨンを見せてどちらの方が重く、どちらの方が軽いかを答えさせた後、天秤で比較する導入をしている。天秤の図があって二つの対象物を用意した問がいくつか与えられている。靴と油性ペンのようにあまり関係のない対も与えてある。計測している量が重量であることを印象づけるためであろう。

8 課は温度がテーマで、“hot and cold”を用いて温度を調べている。二つの絵のうち熱い(暖かい)方には○を冷たい(寒い)方には×をつける問題がいくつか与えられている。

9 課は“道具を用いて測る”のがテーマで各道具がどのような量を測定するものかを確認している。

第11章は、“Going Places”、“いろいろな場所で”というテーマで時を扱う。7 課からなり、8～10回分の学習内容である。「時を知り、時を告げる道具を用いる。問題解決手法を発展させ、応用する」、が章の目標となっている。1 課から 3 課では、カレンダーを扱い、4 課から 7 課で時刻を扱う。NTCM基準は、問題解決手法を扱う 4 課が 7、8、9、10である以外はすべて 4、8、9、10である。

1 課では月の名前と順序を知る。日本語ではほとんど学習の必要のないところである。

2 課はカレンダーを読むことを目的としている。月、月の何日、曜日を理解させている。日にちがところどころ欠けたカレンダーを用いてそこを補う問題が与えられている。

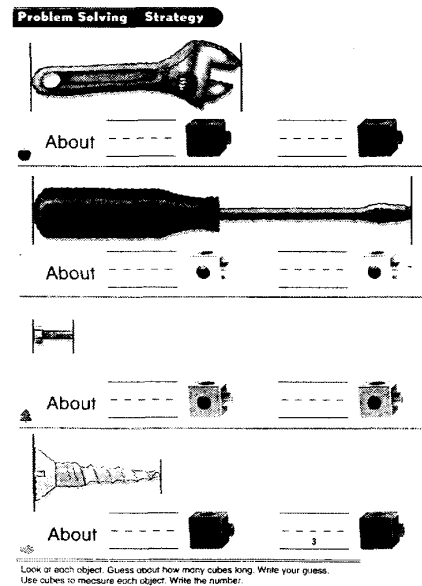


図 8. 目測と計測

3 課は、副読本の数学的読み物を読んでの問題解決がテーマである。“時系列の事象を利用して問題を解く”ことを目的としている。

4 課は、“論理的推論を用いて事象を順に並べて問題を解く”ことを目的としている。雪だるま作成の少女、花の種をまいて芽が出て花が咲くまで育てている少年など、時系列3枚の絵を見て、正しい順番に並べる問が4つ与えられている。

5 課は、“正時を告げる”がテーマになっている。アナログ時計とデジタル時計両方で、正時を学習している。

6 課は、“30分を告げる”がテーマになっている。5 課と同様アナログ時計とデジタル時計両方で計時している。

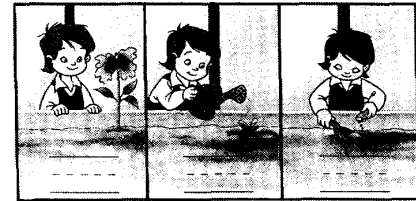
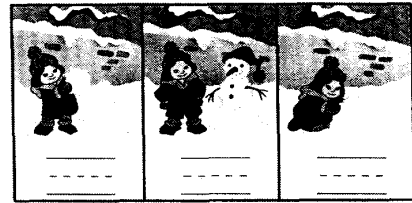
7 課は、“How long?”がテーマで、1つの行動におおよそどの程度時間がかかるかを理解させることを目的としている。「コップ一杯の牛乳を飲むのと、サンドウィッチとリンゴそれにカップケーキを食べるのではどちらが時間がかかるか」などという問が提示されている。

第12章は、“In the Garden”、“お庭で”というテーマで足し算の概念を扱う。15課から成り、12～14回分の学習内容である。種々の手法を用いて足し算の概念を理解する。この章の目標は、「和の意味を知る。10以下の和の値を知る。問題解決手法を発展させ、応用する」、である。1課から6課では、和の概念を扱い、7課から15課で和を求める文章を扱う。NTCM基準は、問題解決手法を扱う7課が6、8、9、10で、それ以外はすべて1、8、9、10である。

1 課は、まとめるということ調べ、“2つのグループをまとめる”ことによって和を説明している。導入部で、擬人化されたトウモロコシとニンジンが全部でいくつあるかという問を与えている。両者を一緒にして数えるということに意味を持たせるため、野菜の祭典での場面という設定になっている。2つのグループの和を求める場合、両者をまとめるということに関して、両者に共通に存在する属性と、そこでの部分グループとしての属性が必要であり、日本では色の異なるチューリップの和などが用いられる。それに較べれば、トウモロコシとニンジンに共通するものとしての野菜という概念は、和を求めるほど、トウモロコシとニンジンに結びついているものとは思えない。しかしながら、この設問の背景には、未知の2つのグループに対して共通する属性を探すという訓練が存在するとも考えられる。一見無関係な2つの対象に共通する関係や属性を探し求めるのは、基本的で重要な手法である。子供のグループが2つあって、「全部で何人か」という典型的な型の問も出されている。

2 課は“グループをまとめる”がテーマとなっており、“数を使って和を調べ、2つのグループをまとめることを説明する”が目標である。別種の花がそれぞれに何輪か咲いている二つの鉢の図を見ながら、“○ and △ is □”、という形の式の空欄の箇所○、△、□

Use Logical Reasoning



Look the pictures in each row. Write 1, 2, and 3 to show what happened first, next, and last.

図9. 時系列の推論

に花の個数を表す数を記入させている。各々の鉢には花が何輪咲いているかを問いたのち、全部で何輪かを問い、最後にそれらの数を書かせている。

3 課は、“1つ数え足す”がテーマとなっていて、グループのメンバーを1つ増やす問題である。3匹のウサギがいるところへもう1匹のウサギが駆けてくる図を用いた問などが答えが、2から10のどれかになる問が9題提示されている。日常生活のいろいろな計算に足し算が利用できるということを、すでに教えている。すなわち、2つのグループの和と1つのグループのメンバーの増加の場合である。

4 課は3課の発展で、“いくつかの数を数え足す”ことがテーマで、グループに1、2、3個までのメンバーを数え足す学習である。4人の子供の集団にさらに子供が2人歩み寄ってくる図などを用いている。算数の内容とは関係ないが、歩み寄ってくる女児は歩行補助具を両腕に装着しているなど障害者への配慮もなされている。

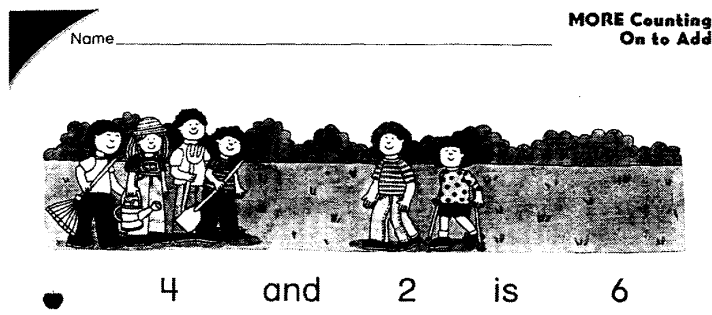


図10. 障害者の参加

5 課は、“足し算を示す”がテーマで、+、=の記号を導入して読み方を学ぶ。3羽の鳩の群れに1羽の鳩が近づく図を見ながら、 $3 + 1 = \square$ の式の計算結果を空欄の□へ記入させる問などが与えられている。

6 課は数学的読み物を用いた問題解決がテーマで、“グループを比較、対照しながら問題を解く”ことを目指す。6個のニンジンと4個のピーマンの絵を見せて、ニンジンはいくつあるか、ピーマンはいくつあるか、どちらが多いかなどを尋ねている。

7 課は、問題解決手法がテーマで、絵を描いて足し算問題を解くのが目的である。リンゴの木が2本描かれていて、「赤いリンゴが3つ実っている木と、黄色いリンゴが2つ実っている木があります。リンゴは全部でいくつありますか」というお話を聞いた後、木にリンゴを描いて問題を解くという手法を用いている。幼稚園児が対象ということもあろうが、“問題分析をして絵を描く”ことの訓練として、すでにリンゴの木が描かれているところへリンゴを書き加えるという手法は、さほど問題分析をしなくて良い問題であり、絵を描いて解く手法の導入法としては日本でも取り入れて良いと思われる。

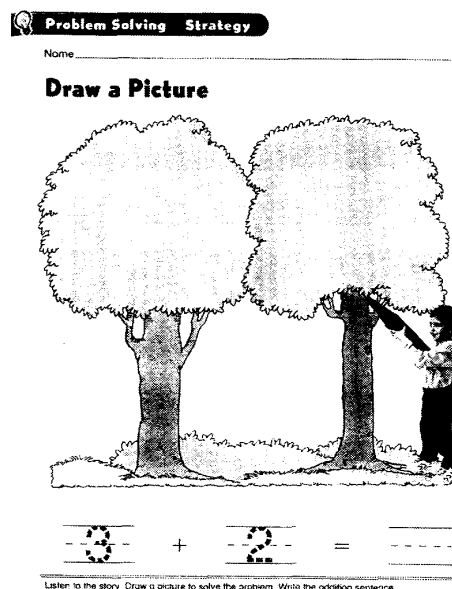


図11. 問題分析の訓練

8 課は、“足して4または5にする方法を示す”のがテーマである。連結キューブを用いて足して4、あるいは5になる数と数を求めさせている。輪郭だけの4連結の連結キューブの絵を3つ用意し、それを2色で塗りましょうという指示をしている。5についても同じことを行い、次の段階では塗った色に合わせて $\bigcirc + \triangle = \square$ の式に数を記入させている。引き算の導入としてこのような手法を用いるのも考慮の余地があるのかも知れない。

同様の手法で、9課では、足して6または7になる場合、10課では8または9になる場合、11課では10になる場合について学習する。

12課では縦書きの足し算を調べる。式の場合にならって、トマトなどの対象物のグループを縦に配置した絵を見て加えさせている。さいころを上下に並べて目の和を求めることによって $2+4$ を縦書きで説明する問題なども出されている。本課の導入部に、テニスボールが6個入ったスポーツバッグと男の子の絵があって、“Paulはさらに3つのテニスボールを見つけました。彼は全部でいくつのテニスボールを持っているでしょう”という設問が与えられている。

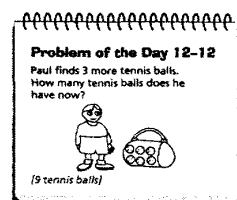


図12. 足し算の例

足し算の一方の数を図の中のボールを数える事によって得、他方の数は文章内で与えられるという形式は我が国ではあまり見られない形式である。実生活では必要なデータなどをどこから得るかということが重要であるのを考えれば、このような形式の設問を我が国においても導入する必要があると思う。

13課は、足し算の練習であり、式計算と筆算の計算を行う。最初、式計算と筆算を対応させて連結キューブを用いることにより両者が同じ計算であることを確認する。そして筆算の計算を16問与えている。これらは連結キューブを用いて解いて良いとしている。日本では筆算は繰り上がりが生じるところで導入するが、この本では繰り上がりのない場合にも用いており、横書き (Horizontal Form) と縦書き (Vertical Form) の計算と名付けて縦書きが筆算という意識はない。

14課は交換法則を用いて足し算を理解することがテーマとなっている。2つの色のカウンタを利用して、和を求め、カウンタの順番をかえることによって交換法則を理解させている。

15課はお金を加えるのがテーマである。1セント硬貨を用いて縦書き、横書きのお金の計算を対応する硬貨の図を用いて説明している。式も $2\text{セント}+3\text{セント}=5\text{セント}$ というように貨幣単位が加えられている。日常生活に必要ということで、お金の計算を取り入れている。

第13章は、“Flying Friends”、“飛ぶお友達”がテーマで、引き算の概念の章である。15課から成り、12~14回分の学習内容である。種々の手法を用いて引き算の概念を理解する。この章の目標は「差の意味を知る。10以下の差の値を知る。問題解決手法を発展させ、応用する」、である。1課から6課では、差の概念を扱い、7課から15課で差を求める文章を扱う。NTCM基準は、問題解決の読み物を扱う6課が6、8、9、10で、差におけるパターンを扱う14課が1、2、8、9、10である以外はすべて1、8、9、10である。

1課では、“2つのグループに分けて引き算を調べる”のがテーマになっている。青のカウンタ3個と緑のカウンタ2個を用意して、“カウンタは全部でいくつありますか、緑のカウンタを取り除いたらいくつ残りますか”という問を導入に用いている。次に引き算を用いて絵を描かせている。“Debbieはコップを5つ持っています。2つを食器洗い器に入れました。あなたはコップを全部でいくつ描きますか。食器洗い器の中にはいくつ描きますか”、という絵を描きながら引き算を求める課題を与えている。図に表された問題を解く場合、足し算では、加えられる対象と、加える対象を数えて答えを求めるので、その



過程においては和の定義に基づく数え方を行っている。しかし、引き算においては、引いてしまった結果の対象物を数えることによって答えが得られてしまうため、教授者が意図した手法で答えを求めるとは限らない。すなわち、 $5 - 2 = 3$ を求めるのに、5と2を数えて、3を求めるのではなく、5と2に関係なく3を数えて答えにすることができる。上述の間は自分で絵を描くので、このようなおそれはない。

2課は、“グループを分ける”がテーマとなり、“数を使って差を調べ、2つのグループへ分けることを説明する”が目標である。何匹かの蝶や鳥が群れから飛び去る絵を見ながら引き算を学習している。“○ take away △ is □”の式において、絵を見ながら最初は□を記入するだけで他は描かれていたものが、終わりの方の間では3つとも空欄で、すべてを記入するようになっている。

各問において、“全部でどれだけいます。どれだけ飛んで行きました。どれだけ残っています”を声に出すよう指示している。

3課は、“1を引く”がテーマで、“(1種類の)グループから1つ取り除いて引き算を理解する”ことを目的としている。導入ではリンゴを7つ用意し、生徒にいくつあるかを告げさせ、1つ食べたら残りはいくつかを問うている。その後、2課と同様の問が続いている。

4課は比較がテーマで、“2つのグループを比較して差を求める”が目的である。枝に並んだ4羽のインコと地面に並ぶ3羽のフラミンゴの図において両者を直線で1対1に結び、余ったインコ1羽を○で囲んで1 moreと表示している。

1 more、2 more、3 moreが正解になる問を6問提示している。この節では計算は行わず、対応関係のみで説明している。

5課は、“引き算を示す”がテーマで、“絵と記号、=を用いて引き算を表す”のが目的である。導入では、黒板に描かれた5本のニンジンを示しながら、何本あるか確認した後、2本に×を書き重ねて、2本持っていくと残りはいくつかと尋ねている。○-△=□の式を導入し、絵に合わせた数式の答え(□部分)を記入する問が与えられている。最初の2問は何羽かの鳥が群れから離れる絵であるが、次の6問は何匹かの虫に×が付いた絵で、全体から×の付いた虫を取り去った虫の個数を表す式の値を求めさせている。

6課は数学的読み物で、“図を用いて問題を解く”ことを目的としている。「野菜スープを作ります。最初にトマトを4つ用意しました。次にトマトをもう2つ用意しました。さらにニンジン2本とジャガイモ3つを持ってきました」というお話をしながら、それに合



図13. 引き算の例

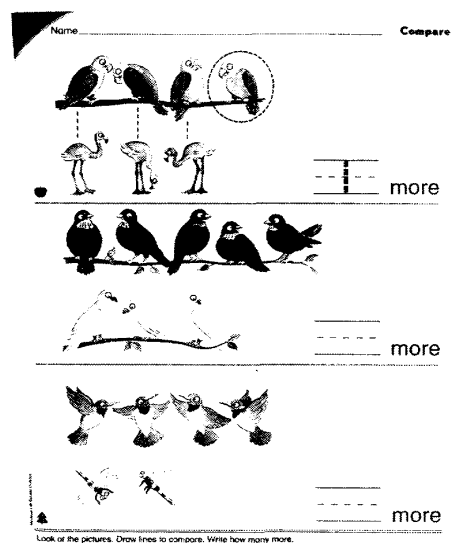


図14. 比較

わせて絵を描き、それらがいくつずつあるかを書かせ、「トマトとニンジンではどちらがたくさんありますか」という質問をしている。

7 課は、問題解決手法がテーマで、“正しい演算を用いて問題を解く”ことを目的としている。導入として、“Billyはバナナを2本持っています。Jamieはバナナを3本持っています。2人は全部でバナナを何本持っているのでしょうか。この問題は足し算を使いますか、引き算を使いますか”という問を用いている。いくつかの図とそれに関するお話を聞いて、足し算を用いるのか、引き算を用いるのかを考え、“ $5 \square 2 =$ ”の様な式の□に十または一の符号を記入させ、右辺には計算結果を記入させている。単に問題文を読み上げるのではなく、絵とお話で問題を理解させるのは、自分で考える教育の始まりとも言えよう。

8 課は4と5からの引き算で、“4または5からの差を求める”のが目的である。1セント硬貨5枚を用意し、2セントで買い物をしました。残りは何セントでしょうかという導入問題を提示している。その後、5連結の連結キューブの最後の3つに×印が重なっている図の下に $5 - 3 = \square$ の式があって□に2を記入させる類の間に続いて、同様の図の下に書かれた $5 - \triangle = \square$ の式の△と□に図に対応する数を記入させる問が続いている。

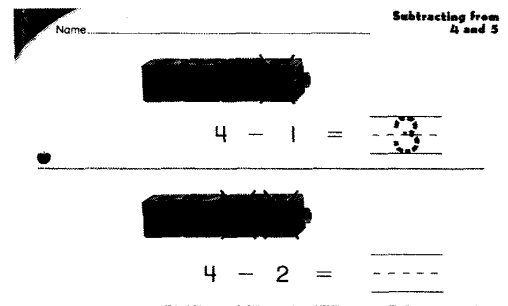


図15. 連結キューブを用いた引き算

同様の手法で、9課では、6と7からの引き算、10課では8と9からの引き算、11課では10からの引き算について学習する。

12課は筆算の引き算である。スープ缶を縦に5個積んだ図を黒板に書き、「2缶使いました。残りはいくつでしょう」という問題を考え、下の2缶に×印をつけて $5 - 2 = 3$ の計算を縦に表して計算させている。足し算と同様に対象を上下の段に分けて説明しているが、必ずしも下の段の対象物すべてに×が付いている訳でもない。また、対象物が3段、4段になっている図もあり、縦の計算をうまく表しているともいえない図もいくつかある。

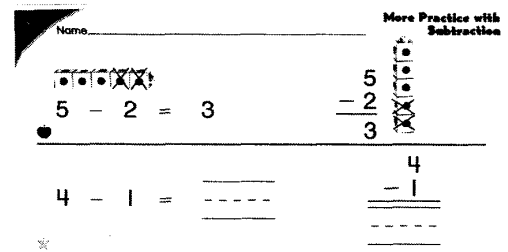


図16. 筆算の引き算導入

13課は引き算のさらなる練習であり、式計算と筆算を学習している。足し算の時と同様に、連結キューブを用いて横の式と同じ計算の縦の式をいくつか示した後、筆算式を何問か与えている。また、答えが0になる式も提示されている。

14課は、“引き算におけるパターンを調べる”のがテーマである。 $5 - 1$ 、 $6 - 1$ 、 $7 - 1$ 、 $8 - 1$ の各式を筆算式に表すと、引かれる数が上に5、6、7、8とパターンになって並び、その下に引く数が-1、-1、-1、-1と並ぶ。計算式の最後の区切りの線があって、その下に計算結果が4、5、6、7とパターンになって並ぶ。

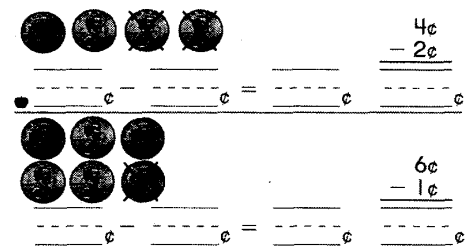


図17. お金の引き算

15課はお金の引き算で、1セント硬貨を6枚見

せて、「4セントの買い物をしました。残りは何セントでしょう」という問題を導入に使用して、1セント硬貨に×印を加えたものと、普通のものを図に用いて、引き算を計算式と筆算式で表す練習をしている。足し算の時と同様に、式にもセントの単位をつけている。

第14章は、“Snack Time”、“おやつ”というテーマで、図形と分数を扱う。11課から成り、12～14回分の学習内容である。この章の目標は「立体図形を知る。平面図形の認識を拓げる。等しいグループ、等分、及び半分を知る。問題解決手法を発展させ、応用する」、である。1課から6課では、図形概念を扱い、7課から11課で分数概念を扱う。NTCM基準は、4課までと10課、11課が3、8、9、10、5課が2、3、8、9、10、問題解決の読み物を扱う6課が3、5、8、9、10、問題解決手法を扱う7課が7、8、9、10、8課と9課が1、8、9、10である。

1課は、“属性を用いて立体図形を分類する”がテーマで、屋外のピクニックテーブル上に置かれた缶や箱を直方体、球、立方体、円錐、円筒に分類する問題などを用いて立体概念と名称を習得させている。

2課は立体図形と平面図形がテーマで、両者の関係を調べるのが目的である。円錐を平面に置いて、縁をたどって円を描かせ、問として、示された平面図形を描くのに平面に置いて利用できる立体図形を選ばせている。立体図形と平面図形をこのように関係付けることは我が国ではあまり行われていない。

3課は、“平面図形を較べよう”というテーマで、円、正方形、長方形、三角形を学習し、これらの図形を身の周りで見つけさせている。

4課は、“平面図形を詳しく調べよう”というテーマで、“平面図形を理解し、分類する”ことを目的とする。テーブルの上に正方形、長方形、三角形、円の形をした傾きも様々な紙食器をいくつか配置し、図形ごとに別色で塗らせて理解させている。

5課は図形のパターンがテーマで、単純な図形パターンのコピーと増加を目的とする。台形、菱形、正三角形、正方形、六角形、ABABABの型のパターンのコピーや増加を学習する。

6課は数学的読み物で、分割と分類によって問題を解くのが目標である。緑色のもの3種（リンゴ、キーウィ、緑のクレヨン）とオレンジを用意する。これらに対して、食べ物であるかどうかで分割することと、他の方法として色で分類もできることを教えて、対象物のグループ化にはいくつも方法があることを理解させている。

7課は問題解決手法で、“やってみる”がテーマである。そして、“パターンブロックを用いて図形を作る問題を解く”のが目的である。正三角形3つから作られた台形や、2つから作られた平行四辺形、及び正三角形を組み合わせて正六角形などをいろいろな組み合わせ方で作成したり、自由な形を作成させている。

8課は等分概念を理解するのが目的である。黒板を使用して二等分を説明した後、食卓のデザート、クッキー、フルーツがナイフで等分されているか、偏りがあるかを調べさせている。次に、分けたものを3種見せてそれらの内、等分されているものに○を付けさせている。2等分、3等分、4等分の例が与えられている。

9課は、半分がテーマで、半分の概念を教えている。全体が半分2つであることと、半分を説明している。いくつかの図の内、2等分している図に○を付け、一方の半分をクレ

ヨンで塗るように指示している。

10課は等しいグループをテーマとし、分数の導入として等しいグループを説明している。8つのリンゴを二つの等しい個数のグループに分けるという作業を導入に用いている。その後、果物を二つのお皿に等しく分ける問題が3問提示されている。また、2組の2枚のお皿の内、それぞれのお皿に載っている果物の個数が等しい方の(2枚の)お皿の組に○を付ける問が4問続く。

11課は線対称がテーマとなっている。ハート形の図形を示して、左右が重なるように折って、それを再び開き、対称の概念と、折り目の線が対称軸であることを説明する。巻末に、図を用いて説明した用語が、図と例文で、アルファベット順にまとめて索引にしている。

### 終わりに

我が国でも、これまでの伝統的な教授法における問題点を克服するために様々な試みがなされている。問題解決に関しても1980年代にその重要性と、習得方法の研究が提案されている<sup>(1)</sup>。また、問題解決における日米両国での指導法比較の研究もなされている<sup>(2)</sup>。以後様々な形でオープンエンド問題が取り上げられている<sup>(3, 4)</sup>。しかしそれらの問題は、一つ一つの独立した問題として取り扱われることが多い。

論理的思考力、問題解決能力、これらを単発的ないくつかの問題で修得、向上させることは不可能である。学年、教科を超えた総合的なカリキュラムの中で修得させるべきものである。米国教科書を検証すると、上記能力の修得は算数教育のあらゆる場面で目標に掲げられており、本稿で紹介したように手法も多彩である。

ややもすれば少人数学級、ティームティーチングという形でのきめ細やかな授業が採り入れられているが、それより大事なのはどの様な内容をどの様に教えるかということである。日本人児童が米国小学校に転校すると算数はクラスのトップの成績になることも多いと言われている。しかしながら自然科学の多くの分野で世界先端に行くのも米国である。日本の算数教育では系統立てて教えていない分野があり、米国ではそれを重視し、系統的に教えていることを知っておきたい。

今後は、小学校1年から6年までの教科書についての検証を行っていく予定である。

### 参考文献

1. 問題解決 洲之内治男 早稲田大学数学教育学会誌 第2巻(1984) 早稲田大学数学教育学会
2. 日本とアメリカの数学的問題解決の指導 三和辰郎 編(1992) 東洋館出版社
3. 算数・数学科のオープンエンドアプローチ 島田茂 編(1995) 東洋館出版社
4. 楽しい算数授業プラン 滝井章ら(2000) 日本標準